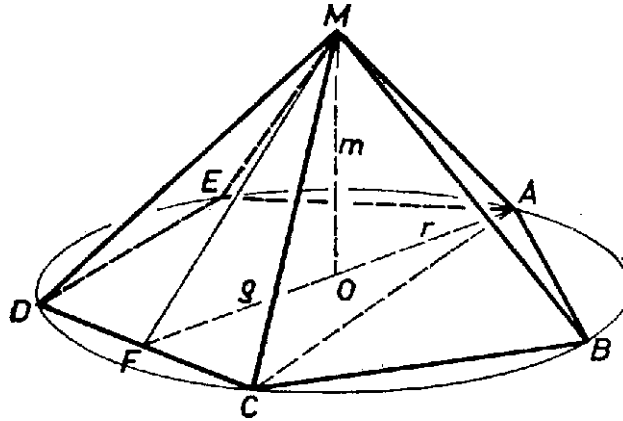
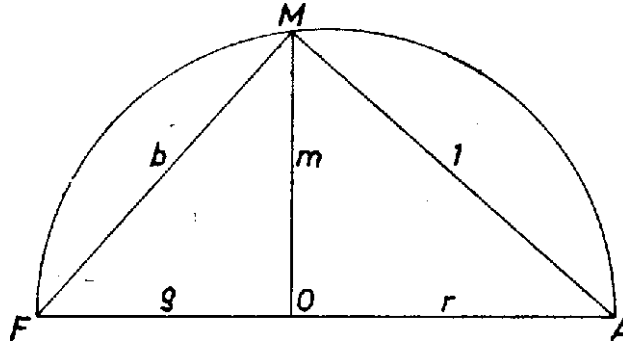


Mivel M egyenlő távolságra van az alaplap mindegyik csúcsától, ezért ugyanez igaz M -nek az alaplapra eső O merőleges vetületére is. Így az alap ötszög köré kör írható, tehát szabályos ötszögről van szó, mert a körbe-írt egyenlő oldalú (konvex) idom szabályos.



Mivel MA merőleges az MCD lapra, azért merőleges e lap MF szimmetriatengelyére is, ahol F a CD él felező-pontja.



Az MAF derékszögű háromszögből meghatározhatjuk a továbbiakhoz szükséges $OM = m$, $OF = \rho$, $MF = b$ méreteket, legyen még $OA = r$ és $CD = a$ (az AF átfogó átmegy O -n, hiszen az ötszög szabályos). $\rho = OC \cos 36^\circ = r \cos 36^\circ$,

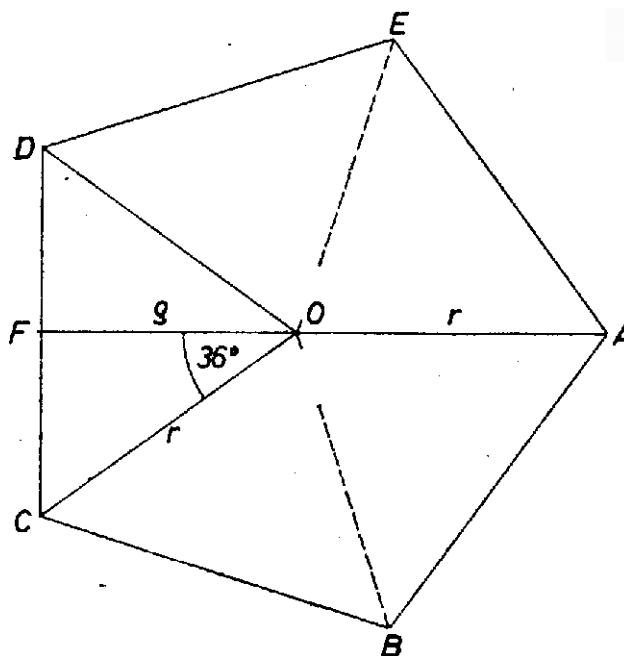
$$AF = \frac{AM^2}{AO} = \frac{1}{r} = r + \rho = r(1 + \cos 36^\circ),$$

innen

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}}, \quad \rho = \frac{\cos 36^\circ}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5 + \sqrt{5}}} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{\sqrt{5}}{5}},$$

$$m = OM = \sqrt{OF \cdot OA} = \sqrt{\rho r} = r \sqrt{\cos 36^\circ} = \sqrt{\frac{\cos 36^\circ}{1 + \cos 36^\circ}} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{5 + \sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{5}}},$$

hiszen $\cos 36^\circ$ feleakkora, mint a szabályos ötszög átlójának és oldalának $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ aránya.



Továbbá

$$b = \sqrt{m^2 + \rho^2} = r\sqrt{\cos 36^\circ(1 + \cos 36^\circ)} = \sqrt{\cos 36^\circ} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \sqrt{5}},$$

$$a = 2r \sin 36^\circ = \frac{2\sqrt{1 - \cos^2 36^\circ}}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}} = 2\sqrt{1 - \cos 36^\circ} = \sqrt{3 - \sqrt{5}}.$$

Mármost a gúla alapterülete és felszíne:

$$t = \frac{5}{2}a\rho = \frac{1}{4}\sqrt{50 - 10\sqrt{5}} = 1,31 \text{ ter. egys.},$$

illetve

$$F = t + \frac{5}{2}ab = \frac{5}{4}\sqrt{2(\sqrt{5} - 1)} = 3,28 \text{ ter. egys.},$$

térfogata pedig

$$V = \frac{tm}{3} = \frac{1}{12}\sqrt{10(\sqrt{5} - 1)} = 0,293 \text{ térf. egység.}$$

Megjegyzés. Számos dolgozat beküldője bizonyítás nélkül használta fel, hogy az alaplap szabályos ötszög. Ezek nem teljes megoldások. A szerkesztő bizottság azért mellőzte a szabályos kimondását, hogy ne mondjon felesleges adatot, és hogy ennek bizonyítása is a megoldók feladata legyen.