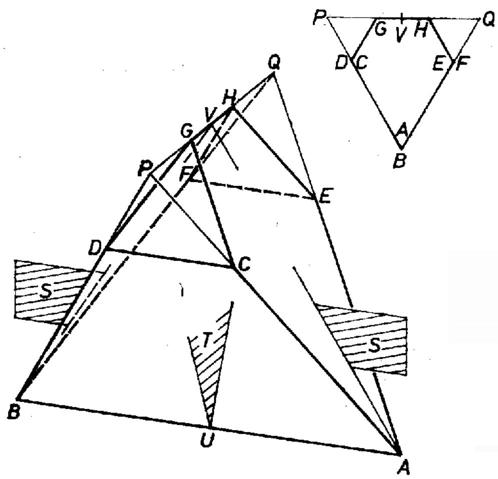
Az F. 1964. feladat megoldásának jelöléseit használjuk. Az ott elmondottak érvényesek mindaddig, amíg a nyolcadik él hossza szóba nem kerül: „... így $CD = 1$ miatt $GH < 1$ volna, ami nem lehet.”

Most a GH él hossza 0,8, ezért G és H az S szimmetriasíkon is lehet. Várhatóan két megoldása lesz a feladatnak. Folytassuk a gondolatmenetet először F. 1964. megoldása szerint, legyen G és H a T szimmetriasíkon (1. ábra).



1. ábra

A CPG háromszög hasonló az APQ háromszöghöz, $PG = \dfrac{1}{3} PQ$, tehát $PG = GH = HQ = 0{,}8$. Az így kapott K_1 test kielégíti a követelményeket. Térfogata a $CDPG$ tetraéder térfogatának 25-szöröse:

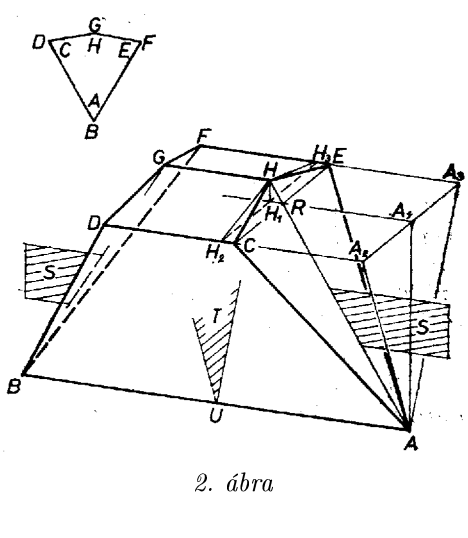
$$V_1 = 25 \cdot \frac{\sqrt{59}}{75} = 2{,}56 \text{ térfogategység.}$$

K_1 felszínét egyszerű számítással kapjuk:

$$F_1 = 18 t_{CDG} + 14 t_{CPG} = \frac{9}{2}\sqrt{3} + \frac{28}{25}\sqrt{21} = 12{,}93$$

területegység.

Próbáljuk a testet most úgy megalkotni, hogy a GH él az S szimmetriasíkon legyen (2. ábra).



2. ábra

Bocsássunk merőlegest A-ból és H-ból az S sík és a $CDEF$ sík metszésvonalára, a metszéspontokat jelöljük A_1-gyel, ill. H_1-gyel, CE felezőpontját R-rel. $A_1 = 1$, $H_1R = 0{,}1$, $AR = \sqrt{4 - CR^2}$, $HR = \sqrt{1 - CR^2}$. Az AA_1R és HH_1R háromszögek hasonlóságából $\sqrt{4 - CR^2} = 10\sqrt{1 - CR^2}$, azaz $CR = \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}}$. Az így kapott K_2 testnek is megvannak a kívánt tulajdonságai.

K_2 felszínét egyszerű számítással kapjuk:

$$F_2 = 2[t_{ABDC} + t_{CDGH} + t_{ACHE}] = 2\left[2\sqrt{3} + \frac{26\sqrt{11}}{100} + \frac{4\sqrt{2}}{3}\right] = 12{,}49 \text{ területegység.}$$

A K_2 testet a $CDEF$ téglalap két részre osztja. Rajzoljuk meg A_1-n és H_1-n keresztül a CE-vel párhuzamos A_2A_3, ill. H_2H_3 szakaszokat. A $CDEFGH$ test térfogatát úgy kaphatjuk meg, hogy a HH_2H_3 alapú, GH magasságú hasáb térfogatához hozzáadjuk az ECH_2H_3H gúla térfogatának kétszeresét, a $CDEFAB$ test térfogatát pedig úgy, hogy az AA_2A_3 alapú AB magasságú hasáb térfogatából levonjuk az ECA_2A_3A gúla térfogatának kétszeresét. $AA_1 = 10HH_1 = \sqrt{\frac{67}{33}}$, így

$$V_{CDEFGH} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot 0{,}1 \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}} \cdot 0{,}8 + 2 \cdot \frac{0{,}1 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot 0{,}1 \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}}}{3} = \frac{28}{2475}\sqrt{134},$$

$$V_{CDEFAB} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}} \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}}}{3} = \frac{20}{99}\sqrt{134}$$

térfogategység, tehát

$$V_2 = V_{CDEFGH} + V_{CDEFAB} = \frac{16}{75}\sqrt{134} = 2{,}47 \text{ térfogategység.}$$

Gáti Tamás (ZaIaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., IV. o. t.)