

Mivel a feltétel éppen az x -től a távolságra levő helyekről mond valamit, azt reméljük, hogy a függvénynek van olyan periódusa, amely a -nak többszöröse. Kezdjük el vizsgálatainkat ezek közül a legkisebbel, $2a$ -val.

$$f(x+2a) = \frac{1+f(x+a)}{1-f(x+a)} = \frac{1+\frac{1+f(x)}{1-f(x)}}{1-\frac{1+f(x)}{1-f(x)}} =$$

$$\frac{1-f(x)+1+f(x)}{1-f(x)-1-f(x)} = -\frac{1}{f(x)}.$$

Tehát a $2a$ nem periódus, viszont látjuk, hogy $2a$ -val tovább menve a függvényérték negatív reciprokára változik. Így újabb $2a$ -t haladva, a függvényérték ismét negatív reciprokára változik, azaz az eredetit kapjuk vissza:

$$f(x+4a) = -\frac{1}{f(x+2a)} = f(x),$$

tehát $4a$ periódusa a függvénynek.

Megjegyzés. Az a szám nem lehet periódus, mert $f(x+a) = f(x) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$ -ből ellentmondásra jutunk. Ebből az is látszik, hogy a nem lehet nulla.