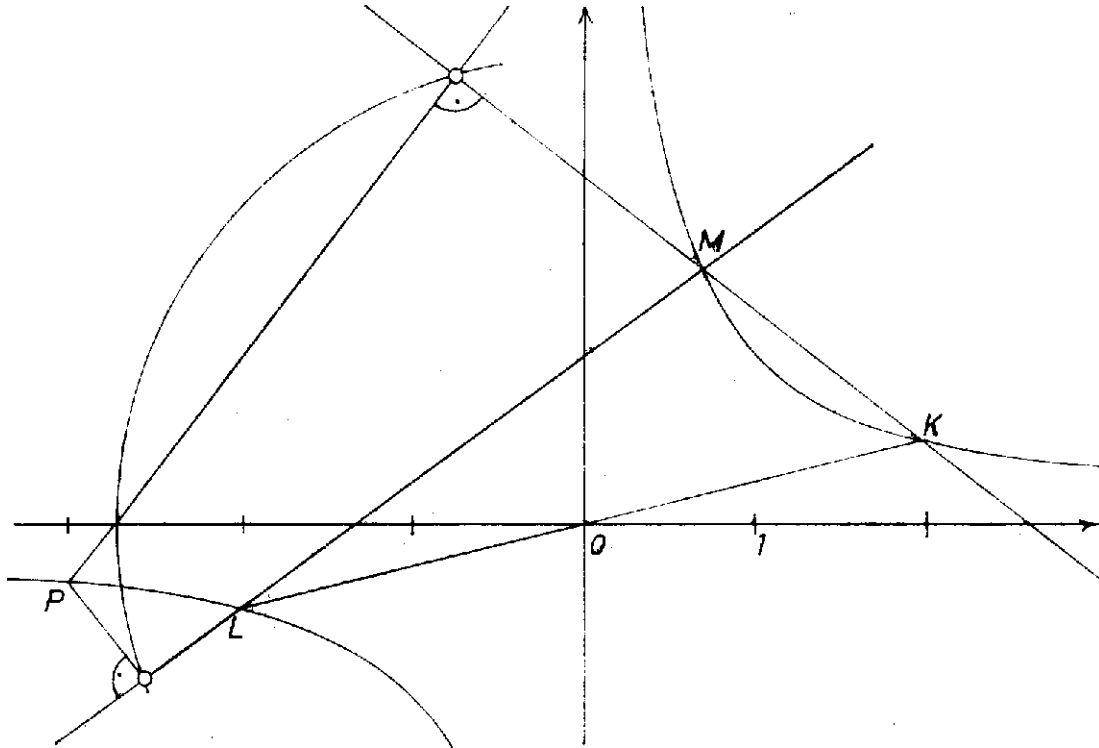


Vezessük be a K , M , P pontok jelölésére a következő koordinátákat:

$$K : (a, 1/a), \quad M : (b, 1/b), \quad P : (c, 1/c)$$

(ahol természetesen $abc \neq 0$). Mivel K és L az origóra szimmetrikus pontok, $L : (-a, -1/a)$.



Számítsuk ki a P pont KM egyenesre való vetületének távolságát az origótól.

A KM egyenes egyenlete: $x + aby = a + b$.

A P -n átmenő, KM -re merőleges egyenes egyenlete:

$$x = \frac{1}{ab}y + c - \frac{1}{abc}.$$

A két egyenes metszéspontja (x_0, y_0) :

$$x_0 = a + b - aby = \frac{1}{ab}y + c - \frac{1}{abc}$$

$$y_0 = \frac{a + b - c + \frac{1}{abc}}{a^2b^2 + 1} \cdot ab$$

Ebbóíl x_0 -ra

$$x_0 = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} + abc}{a^2b^2 + 1} ab.$$

Az (x_0, y_0) pont távolsága az origótól (az egyszerűség kedvéért vegyük a négyzetét):

$$x_0^2 + y_0^2 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 b^2 + 1)^2} \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + b^2 + \frac{1}{b^2} + c^2 + \frac{1}{c^2} + a^2 b^2 c^2 + \frac{1}{a^2 b^2 c^2} \right).$$

A négyzetre emelésekből a 2-szeres szorzatok összege 0.)

Látható, hogy a fenti kifejezésben a csak páros kitevőjű hatványon fordul elő, ezért ha most $K(a, 1/a)$, helyett $L(-a, -1/a)$ -val számoljuk ugyanezt végig, az előjelváltás nem jelentkezik a végeredményben, tehát a P pontnak az LM egyenesre való vetülete ugyanakkora távolságra van az origótól, mint a KM egyenesre való vetület; és ezt kellett bizonyítani.