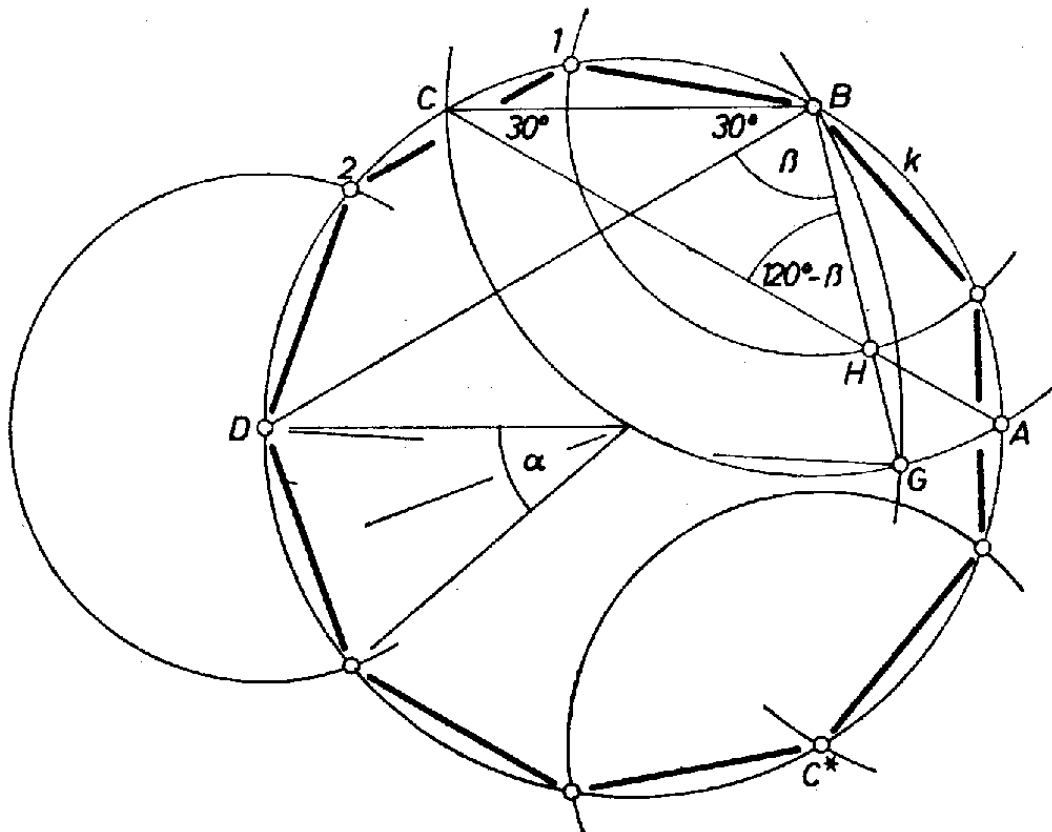


Jelöljük k sugarát r -rel, így a $BG = r$ alappal és $DB = DG = r\sqrt{3}$ szárakkal meghatározott háromszögből

$$\cos DBG = \cos \beta = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}.$$



A BCH háromszög H -nál levő szöge $120^\circ - \beta$, hiszen nyilván $BCH = 30^\circ$ és $CBH = 30^\circ + \beta$, ezért a sinustétel, majd az összegezési képlet alapján

$$\frac{BH}{BC} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin (120^\circ - \beta)} = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta},$$

$$BH = \frac{2r}{1 + \sqrt{\frac{11}{3}}} = \frac{2\sqrt{3}r}{\sqrt{11} + \sqrt{3}} = \frac{r}{4}(\sqrt{33} - 3).$$

És mivel táblázatunk szerint $5,7445 < \sqrt{33} < 5,7455$, ezért

$$0,6861r < BH < 0,6864r.$$

Másképp a szabályos 9-szög oldala $a_9 = 2r \sin 20^\circ$, és itt $0,34195 < \sin 20^\circ < 0,34205$, tehát

$$0,6839r < a_9 < 0,6841r.$$

Ezek szerint BH felülről közelíti a_9 -et, és hibája kisebb, mint $(0,6864 - 0,6839)r = 0,0025r$, ami a szerkesztett szakasz 4‰-énél kisebb hiba.

Megjegyzések. 1. Ábránkon a B , D és a C -vel átellenes C^* pontok körüli BH sugarú körívekkel a közelítő 9-szög csúcsait is kijelöltük.

2. Többjegyű táblázat szerint a hiba kisebb, mint $0,0022r$ és nem éri el a 3‰-et.

3. Szemléletesség kedvéért megadjuk a közelítés szöghibáját is: a BH -hoz mint húrhoz tartozó 2α középponti szög $40^\circ 7'$ és $40^\circ 8'$ közé esik, a_9 -hez pedig 40° tartozik, tehát a szög hibája kisebb 8 szögpercnél, relatív hibája $1/300$.

4. Az alábbi számítás szerint csak egyszer használjuk a sinustáblázatot.

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha(3 - 4 \sin^2 \alpha) = \frac{\sqrt{33} - 3}{8} \cdot \frac{3 + 3\sqrt{33}}{8} = \frac{45 - 3\sqrt{33}}{32} = 0,8677.$$

$$3\alpha = 60^\circ 11,5'.$$

5. A szerkesztést *Fr. Fronck* közölte, aki akkor szakközépiskolai tanuló volt Steyr-ben (Ausztria).