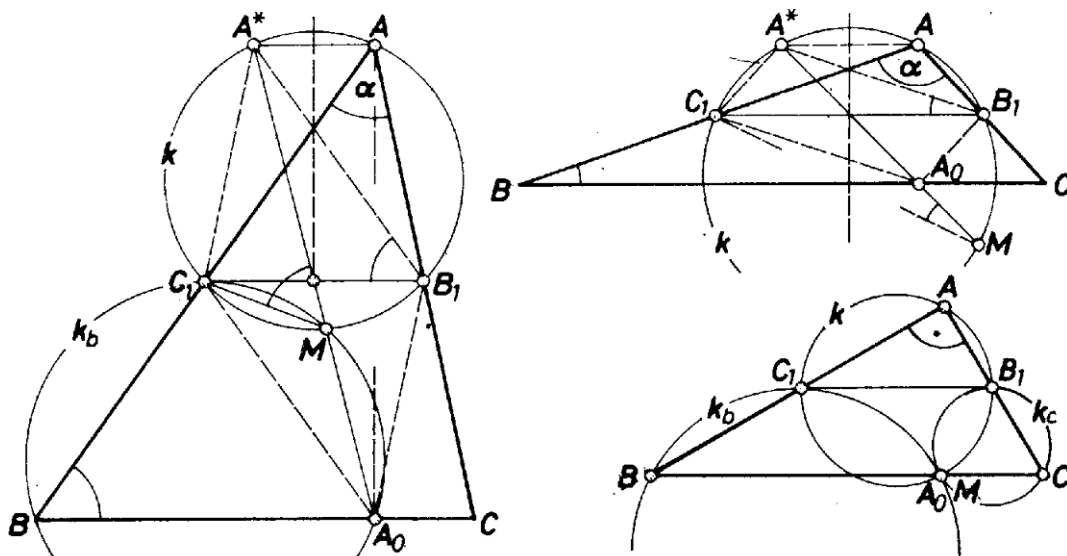


Jelöljük a  $BAC$  szöget  $\alpha$ -val, és  $A$ -nak a  $B_1C_1$  szakasz felező merőlegesére vonatkozó tükörképét  $A^*$ -gal. Mivel  $A$ -nak a  $B_1C_1$  egyenesre vonatkozó tükörképe  $A_0$ , azért  $A^*$  és  $A_0$  a  $B_1C_1$  szakasz felezőpontjára nézve szimmetrikusan helyezkednek el, az  $A_0B_1A^*C_1$  négyszög paralelogramma.



Legyen  $M$  az  $AB_1C_1$  háromszög köré írt  $k$  kör és az  $A_0A^*$  egyenes  $A^*$ -től különböző metszéspontja ( $A^*$  természetesen a  $k$  körön van). Ha  $\alpha < 90^\circ$ , akkor  $A_0$  a  $k$ -n kívül van, tehát  $M$  az  $A^*A_0$  szakasz belső pontja; ha  $\alpha = 90^\circ$ ,  $A_0$  és  $M$  azonosak; ha pedig  $\alpha > 90^\circ$ , akkor  $M$  az  $A^*A_0$  szakasz  $A_0$ -on túli meghosszabbításán van.

A kerületi szögek tétele szerint  $M$ -ből és  $B_1$ -ből az  $A^*C_1$  szakasz egyenlő szög alatt látszik, tehát  $A^*MC_1 \sphericalangle = A^*B_1C_1 \sphericalangle = ABC \sphericalangle$ . Ha  $\alpha < 90^\circ$ , ez azt jelenti, hogy a  $BA_0MC_1$  négyszög  $M$ -nél levő külső szöge egyenlő a  $B$ -nél levő belső szöggel, tehát  $M$  rajta van az  $A_0BC_1$  háromszög köré írt  $k_b$  körön.

Ha  $\alpha > 90^\circ$ ,  $M$  és  $B$  az  $A_0C_1$  szakasznak ugyanazon az oldalán van, és a mondott egyenlőség miatt a szakasz a két pontból egyenlő szög alatt látszik. Most tehát ezért lesz  $M$  az  $A_0BC_1$  háromszög köré írható körön. – Ha pedig  $\alpha = 90^\circ$ , ez  $A_0$  és  $M$  azonossága miatt nyilvánvaló.

Hasonlóan látható be, hogy  $M$  az  $A_0B_1C$  háromszög köré írható körön is rajta van. (Ez különben csak a  $B$ ,  $C$  jelek cseréje.) Mivel  $M$  általunk adott definíciója szerint  $M$  nyilvánvalóan rajta van a  $B_1C_1$  szakasz felezőpontja és  $A_0$  által meghatározott egyenesen, a feladat állításait ezzel beláttuk.