

Egyszerű trigonometrikus átalakítással kapjuk, hogy

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha,$$

tehát

$$\sin 30^\circ = 3 \sin 10^\circ - 4 \sin^3 10^\circ,$$

azaz $\sin 10^\circ$ gyöke a $4x^3 - 3x + 1/2 = 0$ egyenletnek, vagy ami ezzel ekvivalens, a

$$8x^3 - 6x + 1 = 0$$

egyenletnek is. Megmutatjuk, hogy ennek nincs racionális gyöke. Ha volna, legyen p/q a gyök redukált alakja – ahol p és q egész számok – és helyettesítsük ezt az egyenletbe. Innen q^3 -bel szorozva, a

$$8p^3 - 6pq^2 + q^3 = 0$$

egyenlőséget kapjuk, amiből következik, hogy q^3 osztható p -vel, és $8p^3$ osztható q^2 -tel. Mivel p és q relatív prímek, az első oszthatóságból $p = \pm 1$ következik, a másodikból pedig az, hogy q^2 osztója 8-nak. Így végül is a $p/q = \pm 1, \pm 1/2$ esetek adódnak, de e számok egyike sem gyöke az egyenletnek.

Ivanyos Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)