Tekintsük az $f(x)$ primitív függvényét, az

$$F(x)=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{a_k}{k}\sin kx-\frac{b_k}{k}\cos kx\right) \tag{1}$$

függvényt. Mivel a $\cos kx$, $\sin kx$ függvények 2π szerint periodikusak, az egész számegyenesen folytonosak és deriválhatóak, $F(x)$ is folytonos, deriválható, és 2π szerint periodikus. Mivel $F(x)$ a $0\le x\le 2\pi$ zárt intervallumon folytonos, van olyan $0\le x_0\le 2\pi$ szám, melyre

$$F(x)\le F(x_0) \tag{2}$$

teljesül tetszőleges $0\le x\le 2\pi$ mellett, vagyis $F(x)$ felveszi a maximumát a $[0,2\pi]$ szakaszon. Mivel $F(x)$ 2π szerint periodikus, (2) tetszőleges x mellett teljesül. Emiatt $F'(x_0)$ értéke csak 0 lehet, azaz $f(x_0)=0$, és ezzel a feladat állítását beláttuk.