

I. Megoldás. Jelöljük az ismerkedési est résztvevőinek számát n -nel, és tegyük fel, hogy a sorban állók egymás után előre mennek a sorban, és minden ismerősükkel kezet fognak. Ha az i -edik embernek az előtte állók között a_i ismerőse van, akkor összesen

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

kézfogásra kerül sor. Ezután kérjük meg a sorban állókat, hogy egymás után haladjanak el a mögöttük állók előtt, és fogjanak kezet az ismerőseikkel. Ha most az i -edik b_i -szer fog kezet, az összes kézfogás száma

$$B = b_1 + b_2 + \dots + b_n.$$

Mind a két esetben minden ismerős pár pontosan egyszer fog kezet, tehát $A = B$. A feladat feltevése szerint $1 < i < n$ mellett $a_i = b_i$, emiatt $A = B$ csak úgy lehet igaz, ha

$$a_1 + a_n = b_1 + b_n.$$

Viszont $a_1 = b_n = 0$, hiszen az első előtt és az utolsó után nem áll senki, tehát $a_n = b_1$, amint azt bizonyítanunk kellett.

II. megoldás. Kérjük meg az est résztvevőit, hogy mindenki adjon a sorban mögötte álló ismerőseinek egy forintot. Ezután az első annyi forinttal lesz szegényebb, ahány ismerőse van, a mögötte állók viszont ugyanannyi forintot kapnak, amennyit adnak, kivéve az utolsót, aki csak kap ebben az esetben, mégpedig ugyancsak annyi forintot, ahány ismerőse van. Mivel a társaság összvagyonát ez az adakozás változatlanul hagyja, az utolsó pontosan annyi forinttal lesz gazdagabb, mint ahánnyal az első szegényebb lett, tehát az ismerőseik száma egyenlő.