

Írjuk fel a $P\left(a; \frac{1}{a}\right)$ ponton átmenő érintő egyenletét. Az $\frac{1}{x}$ függvény deriváltja $-\frac{1}{x^2}$, így $P\left(a, \frac{1}{a}\right)$ -ban az érintő iránytangense $-\frac{1}{a^2}$. Az érintő egyenlete tehát $y = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$. Eszerint az érintő a tengelyeket a $(2a; 0)$, illetve a $\left(0, \frac{2}{a}\right)$ pontban metszi. Ebből $t(a) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{a} = 2$. (Ez az eredmény a geometriából is jól ismert.)

A fenti számolás mutatja, hogy a P érintési pont felezi a $(0, 0)$, $(2a, 0)$, $\left(0, \frac{2}{a}\right)$ derékszögű háromszög átfogóját. A P -ben emelt merőleges ehhez hasonló háromszöget vág le, és a hasonlóság aránya $2a : \overline{(2a, 0)P}$. Ezen arány négyzete épp a területekre felírt $t(a)/T(a)$ arány, így a Pitagorasz-tétel szerint

$$t(a)/T(a) = \left(\frac{2a}{\frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2}} \right)^2 = \frac{4}{1 + \frac{1}{a^4}}.$$

Így $\frac{t(a)}{T(a)}$ szigorúan monoton növekedő függvénye a -nak, amely $a = 1$ mellett az $[1, +\infty]$ félegyenesen a minimális 2 értéket veszi fel és maximuma nincs (bár felülről korlátos), $+\infty$ -ben 4 a határértéke.