(1) $$(\log_x 3)\cdot(\log_{3x} 3) \geq \log_{9x} 3.$$

Mivel a logaritmusfüggvény alapja csak 1-től különböző pozitív szám lehet, (1) eleve csak olyan x-re teljesülhet, amely mellett x, $3x$, $9x$ ilyen, azaz

(2) $$x>0, \qquad \text{és} \qquad x\neq 1, \qquad x\neq \frac{1}{3}, \qquad x\neq \frac{1}{9}.$$

A logaritmus definíciójából következik, hogy ha $\log_a b$ értelmezve van, és 0-tól különbözik, akkor $\log_b a$ is értelmezve van, és egyenlő az előbbi reciprokával. Ezt felhasználva, és az

(3) $$y=\log_3 x$$

jelölést bevezetve kapjuk, hogy (1) ekvivalens az

$$\frac{1}{y(y+1)} \geq \frac{1}{y+2}$$

egyenlőtlenséggel. Ebből rendezéssel az

(4) $$\frac{(y-\sqrt{2})(y+\sqrt{2})}{y(y+1)(y+2)} \leq 0$$

egyenlőtlenséget kapjuk. A (4) bal oldalán álló tört akkor negatív, ha a tényezői között a negatívak száma páratlan, azaz a

$$-2, \qquad -\sqrt{2}, \qquad -1, \qquad 0, \qquad \sqrt{2}$$

számok közül páratlan sok nagyobb y-nál. Így van ez, ha mind nagyobb y-nál: $y<-2$, vagy ha három nagyobb közülük y-nál: $-\sqrt{2}<y<1$, és ha csak a legnagyobbikuk nagyobb y-nál: $0<y<\sqrt{2}$. Ezekhez még hozzá kell venni az $y=\pm\sqrt{2}$ értékeket, ahol (4) bal oldala 0-val egyenlő, így kapjuk (4) összes megoldását:

$$y<-2; \qquad -\sqrt{2}\leq y<-1; \qquad 0<y\leq\sqrt{2}.$$

Ebből (3) alapján kapjuk (1) megoldását:

$$0<x<3^{-2}; \qquad 3^{-\sqrt{2}}\leq x<3^{-1}; \qquad 1<x\leq 3^{\sqrt{2}}.$$

(Mivel ekvivalens átalakításokat végeztünk, az eredményt nem kell ellenőrizni.)