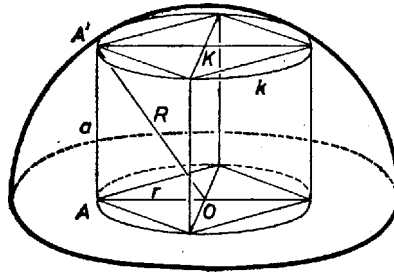


A félgömböt határoló körlapon levő négy kockacsúcs egy lapot alkot – mert máshogyan választva a kocka egy síkban fekvő 4 csúcsát, a többi 4 csúcs megoszlaná e sík két oldalára, nem jutna 4 a félgömb felületére –, legyen ez a lap a kocka alaplappja. Így a gömbfelületen levő 4 csúcs alkotja a vele párhuzamos fedőlapot. A fedőlapnégyzet bele van írva abba a k körbe, amelyet a gömbből a síkja kimetsz, e kör és a fedőlapok K középpontja egybeesik. K -n át az oldalélekkel párhuzamost húzva a kocka egy laptengelyét kapjuk, másrészt e körüli forgatással k önmagán tolódik el, tehát a félgömb is, ezért a kocka alaplappjának középpontja egybeesik a félgömb O középpontjával.



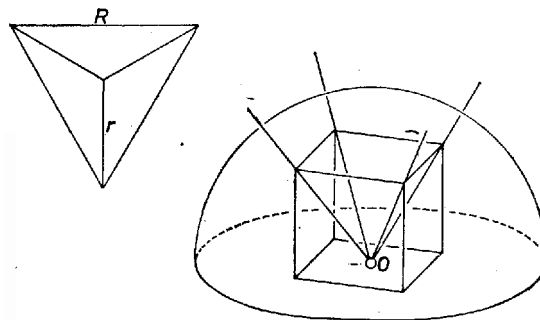
1. ábra

Ezek alapján számító feladatunknak ezt tekintjük: fejezzük ki k és az alpnégyzet, köré írható kör r sugarát – az alpnégyzet átlójának felét – a félgömb adott R sugarával.

Legyen az alap egy csúcsa A , a belőle induló oldalél végpontja a félgömb felületén A' , ekkor a kocka éle $AA' = a$, a mondott sugar $r = OA = a\sqrt{2}/2$, és az $OA'A$ derékszögű háromszögből

$$a^2 + \frac{a^2}{2} = R^2, \quad a = R\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad r = R\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Könnyű belátni, hogy egy R oldalú szabályos háromszög köré írható kör sugara éppen r . Ennek az észrevételnek az alapján, a segédszerkesztés után egy mód a szerkesztés elvégzésére: A félgömb határoló körlapján O körül megrajzoljuk az r sugarú kört, abban fölveszünk egy négyzetet, csúcsaiban merőleges egyeneseket állítunk a határlapra, ezek kimetszik a kocka további 4 csúcsát a félgömb felületéből.



2. ábra

Megjegyzések. 1. A szerkesztést elvégezhetjük a bevezető leírás alapján hasonlósági transzformációval is. Tetszőleges, kockát úgy állítunk a félgömb határlapjára (akár befelé, akár kifelé), hogy ennek középpontja essék egybe O -val. Ekkor a szemben fekvő lap csúcsain és O -n átmenő 4 egyenes a félgömbből kimetszi a keresett kocka 4 csúcsát, és ezeknek a határlapon levő vetülete a további 4 csúcs.

2. Tükrözve a félgömböt és a kockát a határoló lap síkjára, teljes gömböt és egy beleírt 1:1:2 élarányú téglateetet (négyzetes oszlopot) kapunk. Ebből kiindulva is megoldhatjuk a feladatot.