A logaritmus értelmezéséből adódik, hogy (1) bal oldalának csak akkor van értelme, ha mind a négy változó pozitív és 1-től különböző. Föltesszük még azt is, hogy a számlálók mindegyike pozitív, más szóval, hogy x, y, z és u mindegyike 1-nél nagyobb, vagy hogy mind a négy 0 és 1 közti szám. Ekkor (1)-et 4-gyel osztva a bal oldalon egy számtani közép jellegű kifejezés áll, ezt csökkentjük vagy változatlanul hagyjuk azáltal, ha a négy tört mértani közepét írjuk a helyére. Ebben a negyedik gyök jele alatt – mindegyik logaritmust pl. tízes alapú logaritmusokkal kifejezve – a számlálóban

$$3^4 \cdot \frac{\lg x}{\lg y} \cdot \frac{\lg y}{\lg z} \cdot \frac{\lg z}{\lg u} \cdot \frac{\lg u}{\lg x} = 3^4 \tag{2}$$

áll, és így elég azt bizonyítanunk, hogy

$$\frac{3}{\sqrt[4]{(x+y+z)(y+z+u)(z+u+x)(u+x+y)}} \geqq \frac{4}{x+y+z+u}.$$

Most a gyökjel alatt a négy tényező számtani közepének 4. hatványát írjuk, ezáltal ismét az előzőnél nem nagyobb számot kapunk, hiszen az új nevező nem lehet kisebb, mint az előbbi. Az újabb helyettesítés következtében viszont éppen (3) jobb oldala áll előttünk:

$$\frac{3}{\dfrac{3(x+y+z+u)}{4}} = \frac{4}{x+y+z+u},$$

ezzel az állítást – a tett korlátozás esetében – bebizonyítottuk.

Így (1)-ben akkor és csak akkor érvényes egyenlőség, ha a pozitív számok számtani és mértani közepe közti nagyságviszonyt mindkét lépésünkben négy egyenlő számra alkalmaztuk. Az utóbbi alakításban ez akkor és csak akkor áll, ha $x=u=y=z$; ebben az esetben pedig az (1) bal oldalán álló törtek is egyenlők, ekkor tehát (1) két oldala egyenlő.

Megjegyzés. Az (1) állítás – a tett korlátozás nélkül – nyilvánvalóan nem igaz, ha mind a négy logaritmus negatív. Ha viszont közülük kettő negatív és kettő pozitív (a (2)-ből látható, hogy tovább már csak erről lehet szó), pl. $0<y=z=u=\dfrac{1}{x}<1$ esetén, (1) bal és jobb oldalának különbsége egyszerűen így alakítható:

$$(x^2-7-\sqrt{84})\frac{x(x^2-7+\sqrt{84})}{(x^2+2)(x^2+3)},$$

ez pedig $x_0=\sqrt{7+\sqrt{84}}$ jelöléssel $1<x<x_0$ esetén negatív, $x=x_0$-ra 0, $x>x_0$ esetén pozitív, tehát már a változók ilyen speciális megválasztása mellett sem mondható ki általános megállapítás (1) két oldalának nagyságviszonyáról.