Az egyenlet szerint a is, x is alkalmas arra, hogy logaritmus alapszáma legyen, vagyis mindegyikük 1-től különböző pozitív szám. (Ez természetesen az a paraméterre föltevést jelent, az x ismeretlenre nézve pedig követelményt.) Így $\log_a a = 1$, $\log_x x = 1$, $(\log_a x) \cdot (\log_x a) = 1$, ezeket és a logaritmus-művelet további ismert azonosságait felhasználva olyan, az (1) alattival ekvivalens egyenletet írhatunk fel, amelyben ismeretlenként csak $\log_a x$ fordul elő:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(1+\log_a x)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\log_a x}+1\right)}+\sqrt{\frac{1}{4}(\log_a x-1)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\log_a x}-1\right)}=a.$$

Így a $\log_a x = y \neq 0$ számra mint ismeretlenre teljesülnie kell az előbbivel ekvivalens

$$\sqrt{\frac{y^2+2y+1}{4y}}+\sqrt{\frac{y^2-2y+1}{4y}}=a, \quad \text{azaz}$$

$$\frac{|y+1|}{2\sqrt{y}}+\frac{|y-1|}{2\sqrt{y}}=a \tag{2}$$

egyenletnek, tehát y-ként csak pozitív számot fogadhatunk el.

I. Legutóbbi egyenletünket esetszétválasztással oldjuk meg, először olyan megoldást keresünk, melyre $0 < y \leqq 1$. Ekkor

$$\frac{(y+1)+(1-y)}{2\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{y}}=a, \qquad y=\frac{1}{a^2}=a^{-2},$$

hacsak erre teljesül $0 < y \leqq 1$ követelményünk, vagyis $a^2 > 1$, azaz $a > 1$. (Nem lehet ugyanis $a^2 = 1$, hiszen $a > 0$ és $a \neq 1$.)

II. Ha pedig y-ként csak 1-nél nagyobb számot fogadunk el, akkor (2)-ből

$$\frac{2y}{2\sqrt{y}}=\sqrt{y}=a, \quad y=a^2,$$

hacsak $a^2 > 1$.

Mindkét kapott $y = \log_a x$ érték pozitív, és érvényességük közös feltétele $a > 1$. Ebben az esetben tehát (1)-nek két megoldása van:

$$x_1 = a^y = a^{a^{-2}} \quad \text{és} \quad x_2 = a^{a^2},$$

ugyanis $y > 0$ és $a > 1$ alapján teljesül $x_{1,2} > 1$. Ha pedig $a \leqq 1$, akkor az egyenletnek nincs megoldása.

Próbára nincs szükség, mert a bevezetett föltevések alapján mindenütt ekvivalens átalakításokat végeztünk.

Bodnár István (Eger, Gárdonyi G. Gimn., IV. o. t.)