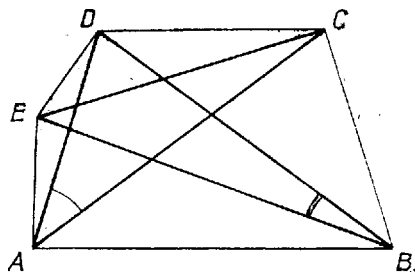


Az AC , AD átlók és a köztük levő adott szög meghatározzák a DAC háromszöget, más szóval az ötszög D , A , C csúcshármasának kölcsönös helyzetét, és hasonlóan a BD , BE átlók és a DBE szög a D , E , B csúcshármas kölcsönös helyzetét. E két csúcshármaszt az kapcsolja össze, hogy bennük D közös és hogy a DAC és DEB körüljárások iránya egyező egymással és az ötszög csúcsainak A , B , C , D , E sorrendű körüljárásával.

Utolsónak maradt adatunk, a CE átló, az ötszögnek az előzőkből kiadódott DC , DE oldalaival együtt meghatározza C , D és E kölcsönös helyzetét, beleértve az előzőkkel egyező körüljárást is – hacsak CE és a mondott két oldal teljesítik a háromszög-egyenlőtlenséget. E föltétel teljesülése mellett a kérdéses ötszög is egyértelműen meg van határozva az adatokkal (további, azaz fölösleges adat nincs), tehát a kérdéses szögek egyértelműen kiszámíthatók. A megoldás azonban csak akkor felel meg, ha a CDE háromszög CD oldalára a körüljárás figyelembevételével szerkesztett CDA háromszög A csúcsa és a DE -re szerkesztett DEB háromszög B csúcsa a CE egyenesnek D -t nem tartalmazó partján adódnak és pontjaink az $ABCDE$ körüljárás szerint konvex ötszöget határoznak meg.



Mármost a DAC háromszögből a cosinustétellel $CD = 60,00$, vagyis a táblázatunkkal elérhető pontossáig $CD = AD$, a háromszög egyenlő szárú, így $DCA \sphericalangle = CAD \sphericalangle = 36^\circ 52'$ és $ADC \sphericalangle = 106^\circ 16'$. (Ábránkon az ötszög $ABCDE$ körüljárását pozitívnak vettük, így ugyanez áll a részháromszögek mondott körüljárására; a szögeket is mindig úgy írjuk le, hogy az első szár pozitív forgással jusson át a második szárba.)

A DEB háromszögből, a cosinustételt kétszer alkalmazva $DE = 28,00$ és $EDB \sphericalangle = 90^\circ$, tehát $BED \sphericalangle = 73^\circ 44'$. Ezek szerint a CDE háromszög létrejön, benne $DCE \sphericalangle = 16^\circ 16'$, $CED \sphericalangle = 36^\circ 52'$, tehát $EDC \sphericalangle = 126^\circ 52'$. Továbbmenve $EDA \sphericalangle = EDC \sphericalangle - ADC \sphericalangle = 20^\circ 36'$ és $BDC \sphericalangle = EDC \sphericalangle - EDB \sphericalangle = 36^\circ 52'$, pozitívok, úgyszintén $ADB \sphericalangle = EDC \sphericalangle - EDA \sphericalangle - BDC \sphericalangle = 69^\circ 24'$ is, tehát a DE félegyenest DC -be átforgatva előbb lépi át DA -t, majd DB -t, amint a konvexitás kívánja, egyszersmind megkaptuk a D -be befutó átlók közti szöget is.

Eddigi eredményeinkből megkapjuk a C -be és E -be befutó átlók közti szögeket is: $ECA \sphericalangle = DCA \sphericalangle - DCE \sphericalangle = 36^\circ 52' - 16^\circ 16' = 20^\circ 36'$, másrészt $BEC \sphericalangle = BED \sphericalangle - CED \sphericalangle = 73^\circ 44' - 36^\circ 52' = 36^\circ 52'$, és azt is kaptuk, hogy a CE , egyenes A -t is, B -t is elválasztja D -től.

Így a $CDEA$ négyszög konvex, és már csak azt kell belátnunk, hogy a B csúcs nincs ennek a belsejében. Észrevesszük, hogy a CDB háromszög egybevágó a DAC háromszöggel – csúcsaik a felsorolás rendjében felelnek meg egymásnak –, mert az adatok szerint $DB = AC$, számításaink szerint $CD = DA$ és $CDB \sphericalangle = DAC \sphericalangle$. Ezért $DCB \sphericalangle = ADC \sphericalangle = 106^\circ 16' > 36^\circ 52' = DCA \sphericalangle$, tehát B kívül van a $CDEA$ konvex négyszög C csúcsánál levő szögtartományon. Ezt akartuk megmutatni, és ezzel a megoldást befejeztük. (Az $ACB \sphericalangle = DCB \sphericalangle - DCA \sphericalangle = 69^\circ 24'$ szögtöbblet sokszorosan nagyobb annál a hibánál, ami a szög-számítások kerekítéseinél adódik, hiszen minden szög hibája legföljebb $1'$.)

Megjegyzések. 1. A kért szögek közül az utoljára sorra vettnek az értéke abból is számítható, hogy $ACEBD$ hurkolt csillagötszög, és ilyenben az egymás után kapcsolódó szakaszok közti szögek összege 180° .

2. Az ötszög kért szögeit az iskolai függvény táblázat használata mellett elérhető pontossággal határoztuk meg, így a kapott szögek megegyeznek annak az ötszögnek a megfelelő szögeivel, amelynek átlói egyenlők a vizsgált ötszög átlóival, és amelyben $\cos CAD \sphericalangle = 0,8 (= 4/5)$, $\cos DBE \sphericalangle = 0,96 (= 24/25)$.

Ez azonban nem jelenti azt, hogy e két ötszög egybevágó volna, továbbmenve azt, hogy az utóbbi ötszögben a BDE háromszögben derékszög volna, az ACD háromszögben $AD = CD$, a $CDB \trianglecong DAC \triangle$. – Mindez nem jelenti azt, hogy a megfelelő állítások a feladatban leírt ötszögre is igazak volnának. Hiszen a mi ötszögünkben hét tizedesjegyre $\cos CAD \sphericalangle = 0,800\,0338$; $\cos DBE \sphericalangle = 0,959\,9684$ volna, ha az adott szög-értékek pontosak volnának.

Numerikus példákban azonban fel szoktuk tenni, hogy az adatok csak annyi jegyre pontosak, ahány jegyig megadjuk őket, így tulajdonképpen a mondott szögek cosinusait nem is határozhatjuk meg 7 tizedesjegyre. És egy közelítő pontossággal megadott síkidomban nem beszélhetünk egybevágó, egyenlő szárú, vagy derékszögű háromszögről, csak arról, hogy egyes háromszögeknek az alkalmazott közelítés mellett megvan a mondott tulajdonságuk.