

Vegyük észre, hogy a bal oldal első három tagjának megtalálható a jobb oldalon vagy a z -szerese vagy pedig a z -edrésze – és ezek egymástól különböző tagok –, tehát e tagpárokból a 0-ra redukálás után kiemelhető a $(z - 1)$ tényező. Ha pedig még mindkét oldalból levonunk 6-ot, az egész bal oldalból kiemelhető $(z - 1)$:

$$(z - 1)(xy - 2x - 3y + 6) = -6.$$

Könnyű belátni továbbá, hogy a második zárójelbeli kifejezés is szorzattá alakítható, így egyenletünk ekvivalens a következővel:

$$(1) \quad (x - 3)(y - 2)(z - 1) = -6.$$

Itt mindhárom tényező egész szám, és $x, y, z > 0$ folytán

$$x - 3 \geq -2, \quad y - 2 \geq -1, \quad z - 1 \geq 0.$$

A jobb oldal abszolút értéke pedig a következő két módon írható három természetes szám szorzataként: $6 \cdot 1 \cdot 1$ és $3 \cdot 2 \cdot 1$. Ezeket egybevetve, az egyes tényezőkre szóba jövő értékek a következők:

$$\begin{aligned} (x - 3)\text{-ra:} & \quad -2, \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \quad 6, \\ (y - 2)\text{-re:} & \quad \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \quad 6, \\ (z - 1)\text{-re:} & \quad \quad \quad 1, \quad 2, \quad 3, \quad 6, \end{aligned}$$

és ezekből kell összeválogatnunk egyet-egyét úgy, hogy szorzatuk -6 legyen.

Alábbi táblázatunk egymás utáni oszlopaiban először azokat az összeválogatásokat írtuk fel, amelyekben (1) egymás utáni tényezőinek értéke 6, és ezért a másik két tényező szorzata $-1 = (-1) \cdot 1 = 1 \cdot (-1)$, majd azokat, amelyekben egyik tényező 3 és a hátra levők szorzata $-2 = (-2) \cdot 1 = (-1) \cdot 2$. Mindjárt felírtuk x, y, z értékét is, a kívánt értékrendszerek száma 10.

$x - 3$:	6, -1, -1, 1;	3, -2, -1, -2, -1, 2,
$y - 2$:	-1, 6, 1, -1;	-1, 3, 3, 1, 2, -1,
$z - 1$:	1, 1, 6, 6;	2, 1, 2, 3, 3, 3,
x :	9, 2, 2, 4;	6, 1, 2, 1, 2, 5,
y :	1, 8, 3, 1;	1, 5, 5, 3, 4, 1,
z :	2, 2, 7, 7;	3, 2, 3, 4, 4, 4.

Rózsa Attila (Veszprém, Lovassy L. Gimn., IV. o. t.)

Jegess Marianna (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., III. o. t.)