

Egyenleteinket 0-ra redukálva, ismert azonosságok alapján

$$(1') \quad \begin{aligned} & 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} - \left(2 \cos^2 \frac{x+y}{2} - 1 \right) = \\ & = 2 \cos \frac{x+y}{2} \left(\cos \frac{x-y}{2} - \cos \frac{x+y}{2} \right) + 1 = 0, \end{aligned}$$

$$(2') \quad \begin{aligned} & 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} - 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y}{2} = \\ & = 2 \sin \frac{x+y}{2} \left(\cos \frac{x-y}{2} - \cos \frac{x+y}{2} \right) = 0. \end{aligned}$$

Ha itt a második tényező volna 0, akkor (1') nem teljesülhetne, így csak azt az esetet kell tekintenünk, ha az első tényező tűnik el:

$$(3) \quad \sin \frac{x+y}{2} = 0, \quad \frac{x+y}{2} = k \cdot \pi, \quad x+y = k \cdot 2\pi, \quad y = k \cdot 2\pi - x.$$

Ha (3) teljesül, akkor (2) mindkét oldalán 0 áll, (1) pedig így alakul

$$2 \cos x = 1,$$

ugyanis $\cos y = \cos(-x) = \cos x$. Innen

$$\cos x = \frac{1}{2}, \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2m\pi \quad (m \text{ egész}),$$

és (3) alapján

$$y = \mp \frac{\pi}{3} + 2n\pi \quad (n \text{ egész}).$$

Mindenütt ekvivalens átalakításokat végeztünk, ezért a gyökök kipróbálására nincs szükség.

Poór Zsolt (Bátaszék, Gimn., IV. o. t.)