

Az $a + b = c$ és $a - b = d$ rövidítések bevezetésével egyenletünk így alakul:

$$\frac{\{(x+c)^7 + (x-c)^7\} - \{(x+d)^7 + (x-d)^7\}}{\{(x+c)^5 + (x-c)^5\} - \{(x+d)^5 + (x-d)^5\}} = \frac{7}{2}(c^2 + d^2).$$

A számláló és a nevező első $\{\}$ -ében álló hatványokat tagokra bontva a c -t páratlan kitevőjű hatványon tartalmazó tagok kiesnek. A keletkező kifejezések:

$$\begin{aligned} 2x^7 + 42x^5c^2 + 70x^3c^4 + 14xc^6, \\ 2x^5 + 20x^3c^2 + 10xc^4, \end{aligned}$$

a két kivonandó megkapható ezekből c helyére d -t írva, így az egyenlet:

$$\frac{42x^5(c^2 - d^2) + 70x^3(c^4 - d^4) + 14x(c^6 - d^6)}{20x^3(c^2 - d^2) + 10x(c^4 - d^4)} = \frac{7}{2}(c^2 + d^2).$$

Innen látható, hogy $x = 0$ nem tartozik a bal oldal értelmezési tartományába, továbbá kizárandók azok a paraméter értékpárok, amelyekre $c^2 = d^2$, $|c| = |d|$, azaz amelyekben $a = 0$, továbbá azok, amelyekben $b = 0$. A gyökök tehát a megfelelő egyszerűsítésekkel adódó

$$\frac{3x^4 + 5x^2(c^2 + d^2) + (c^4 + c^2d^2 + d^2)}{10x^2 + 5(c^2 + d^2)} = \frac{1}{2}(c^2 + d^2)$$

egyenletből számítandók. A nevező (a fenti kizárások alapján) pozitív, így a szokásos rendezési lépésekkel és az eredeti paraméterekre visszatérve

$$x = \pm \sqrt[4]{\frac{3c^4 + 8c^2d^2 + 3d^4}{6}} = \pm \sqrt[4]{\frac{7a^4 + 10a^2b^2 + 7b^4}{3}}$$

(két valós gyök) hacsak $a \neq b$ és $a \neq -b$. A kapott két gyök csak $a = b = 0$ esetén volna egyenlő, amit kizártunk.

Fazekas Mária (Pápa, Türr I. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Az egyenlet bal oldalának jelentős egyszerűsödése előre látható abból az észrevételből is, hogy x helyére $-x$ -et írva a számláló is, a nevező is a (-1) -szeresébe megy át és ugyanez áll a helyére $-a$ -t, b helyére $-b$ -t írva is, ezért $x = 0$, $a = 0$, $b = 0$ bármelyike esetén a számláló is, a nevező is 0, vagyis belőlük mint x , a és b polinomjából az abx közös tényező kiemelhető.