

I. megoldás. Először a szemben fekvő (közös csúccsal nem bíró) 3 él-pár (pálca-pár) összeállítási lehetőségeinek számát állapítjuk meg, majd azt, hogy a 3 ilyen pár hányféleképpen állítható össze teljes élvázzá.

A párokba állításban minden pálca szerepel. Az a hosszúságú pálca párját a többiek közül 5-féleképpen választhatjuk. Ha valahogy megválasztottuk, nézzük a maradó 4 pálca közül pl. a fenti felsorolásban először következőt. Ehhez még 3-féle párt választhatunk a maradók közül, és ekkor a ki nem választott 2 pálca alkotja a harmadik párt. Így mind az 5 elindulást 3-féleképpen folytathatjuk, tehát $5 \cdot 3 = 15$ párokba állítást kapunk. Ezek már mind lényegesen különbözők, és minden lehetséges párokba sorolást megkaptunk.

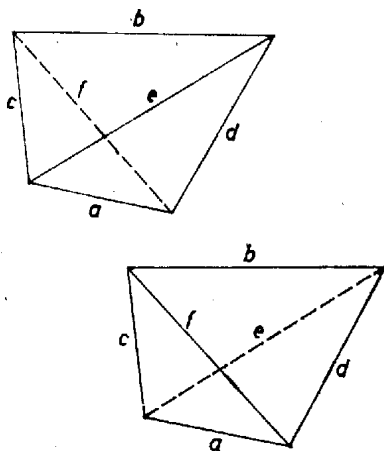
A továbbiakban elég pl. az ab, cd, ef párba állítást tekinteni, hiszen minden párosításból ugyanennyi teljes élvázat tervezhetünk. Az ab pár 4 különböző végpontja a tetraéder 4 csúcsa, így c mindenesetre egyik végével a -hoz, a másikkal b -hez illeszkedik, d pedig a és b még szabad végpontjait köti majd össze. Az így keletkezett torz (azaz térbeli) négyszög 2–2 szemben levő csúcsa közül pl. az e pálca végpontjait 2-féleképpen szemelhetjük ki: vagy az ac és bd csatlakozásokat köti össze, vagy az ad, bc csatlakozásokat, és ezzel az f él végpontjai is kiadódtak. Bár mindegyik ilyen megválasztáshoz 2-féle megvalósítás gondolható a térben, pl. az előbbi első megválasztáshoz az 1. ábra szerint – a kettőnek a felülnézete egybevágó, de az egyikben e -t gondoljuk fölül, a másikban f -et –, azonban ez a két élváz a rajz síkjára való tükrözéssel egymásba megy át, tehát nem tekintendő különbözőnek.

Így a lehetséges élvázak száma nem lehet több $15 \cdot 2 = 30$ -nál.

Szalontai Árpád (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

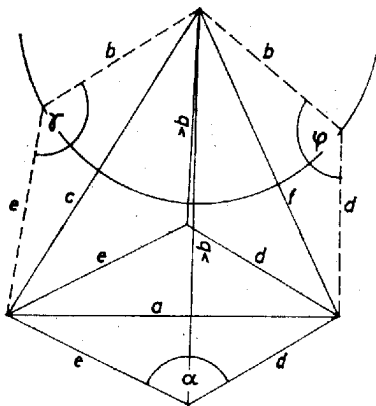
Horváth Miklós (Veszprém, Lovassy L. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. A kapott 30-as szám csak felső korlát a képezhető élvázak számára. Előfordulhat ugyanis, hogy pl. az a élhez csatlakozó 2 háromszöget egy elrendezés esetén egy síkba fordítva – az a -nak ugyanarra és ellenkező oldalára is –, az a -ra nem illeszkedő két csúcs távolsága mindkét esetben kisebb, vagy mindkét esetben nagyobb, mint az a -val szemben elhelyezni kívánt hatodik él.



1. ábra

Nem jön létre pl. az 1. ábra szerinti tetraéder az $a = 44, b = 24, c = 46, d = 23, e = 26, f = 42$ (egység) méretek mellett, mert az a, e, d háromszög mindkét lefordítottjának a -val szemben levő csúcsa b -nél nagyobb távolságban adódik az a, c, f háromszög a -val szemben levő csúcsától (2. ábra).



2. ábra

Abból is felismerhető, hogy nem mindig kapunk tetraédert, hogy az egy csúcsba összefutó 3 él közti szögek együtt többet tennének ki, mint 360° , ami lehetetlen. Az előbbi példában a b, e, d élek közti γ, α, φ szögek mindegyike nagyobb 120° -nál (a b, c, e és f, b, d lapokat is befordítottuk az a, c, f lap síkjába).

Simon Júlia (Győr, Kazinczy F. Gimn., III. o. t.)

Beck József (Budapest, I. István Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Az alaplap három oldalát sorrend szerint $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ -féleképpen választhatjuk meg, ezek azonban 6-osával azonosak, pl. abc , acb , bac , bca , cab , cba , tehát 20 különböző alaplapot képezhetünk. Egy ilyen rögzítve, az elsőnek tekintett alapélre illeszkedő oldallap további két élét $3 \cdot 2 = 6$ -féleképpen választhatjuk meg a maradó pálcákból – mert az alapél két végpontja már meg van különböztetve egymástól az oda befutó második alapélekkel – és ezzel az utolsónak maradt pálca helyzete is kiadódott. Az így elgondolt $20 \cdot 6 = 120$ élváz azonban 4-esével azonos, csak 30 különböző, mert a tetraéder a 4 lap bármelyikére állítható.

Petravich Gábor (Budapest, Eötvös J. Gimn., III. o. t.)

Horváth László (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Teljesen analóg megoldáshoz jutunk, ha az egy háromszöget alkotó élek helyett az egy csúcsba befutó élek lehetséges kiválasztása szerint csoportosítjuk az élvázakat.

Simon Júlia