

Az adott egyenletrendszer szimmetrikus az x, y ismeretlenpárra, ugyanígy a z, t párra is, ezért elég az olyan megoldásokat megkeresni, amelyekben $x \leq y, z \leq t$; továbbá a két pár felcserélésével is egymásba megy át a két egyenlet, ezért az $x \leq z$ megszorítást is előírhatjuk.

Keressünk először olyan megoldást, amelyben $x = 1$. Az egyszerűsödő

$$(1) \quad 1 + y = zt, \quad z + t = y$$

rendszerből y kiküszöbölésével, majd továbbalakítással

$$(2) \quad 1 + z + t = zt,$$

$$(3) \quad t = \frac{z+1}{z-1} = 1 + \frac{2}{z-1}$$

(oszthattunk $z - 1$ -gyel, mert $z = 1$ esetére a (2) egyenlet ellentmondó). Eszerint $z > 1$ és a $z - 1$ természetes szám osztója 2-nek:

$$z - 1 = 1 \quad \text{vagy} \quad 2.$$

Az első eset megfelel, (3)-ból, majd (1)-ből

$$z = 2, \quad t = 3, \quad y = 5, \quad x = 1.$$

Az utóbbi esetben azonban $z = 3$ és (3)-ból $t = 2 < z$, ez a megoldás az előzetes megjegyzés alapján kiadódik a találtból.

Olyan megoldást keresve, melyben mindegyik ismeretlen értéke 1-nél nagyobb természetes szám, fennáll

$$x - 1 \geq 1, \quad y - 1 \geq 1, \quad (x - 1)(y - 1) \geq 1, \quad \text{azaz} \\ xy \geq x + y;$$

ugyanígy

$$zt \geq z + t,$$

és egyenleteink figyelembevételével

$$xy \geq x + y = zt \geq z + t = xy.$$

Az utolsó kifejezés egyenlő az elsővel, eszerint mindegyik $\geq$ jelpárnál az egyenlőség áll, ezért fent is, tehát

$$x - 1 = y - 1 = 1, \quad x = y = 2 \quad \text{és} \quad z = t = 2.$$

Ezzel a megoldást befejeztük. Az elsőnek talált megoldásból további 7, lényegesen nem (csak sorrendben) különböző megoldást írhatnánk fel.