

Mivel minden pozitív alapú exponenciális függvény értékkészlete pozitív, így egyenletünk ekvivalens a 4^x -nel való átosztás útján keletkező

$$m + n \left(\frac{9}{4}\right)^x = \left(\frac{6}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

egyenlettel, ami az $y = (3/2)^x$ jelöléssel a következőbe megy át:

$$(2) \quad ny^2 - y + m = 0.$$

Mivel y is csak pozitív lehet, azt kell eldöntenünk, ennek hány pozitív megoldása lehet.

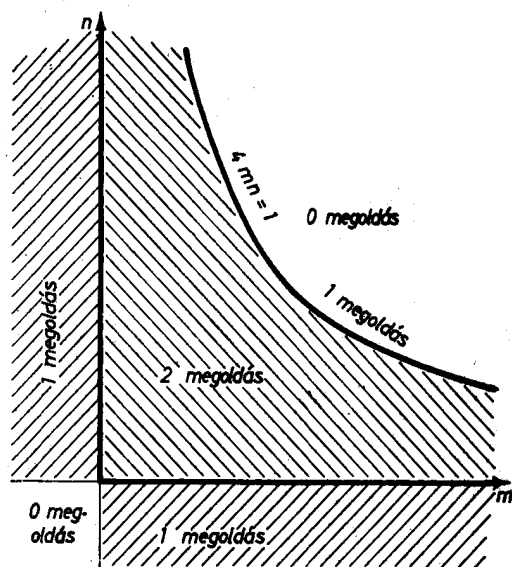
$n = 0$ esetén (2) elsőfokú egyenlet, csak $y = m$ lehet, és ez x -re egy megoldást ad, ha $m > 0$, mert az exponenciális függvény minden pozitív értéket egyetlen x helyen vesz föl.

Hasonlóan $m = 0$ esetén csak az $y = 1/n$ gyök ad egy megfelelő x értéket, amennyiben $n > 0$.

Ha m, n egyike sem 0, akkor (2)-ből

$$y = \frac{1}{2n}(1 \pm \sqrt{1 - 4mn}).$$

A zárójelből adódó két érték egymással ellenkező előjelű, ha $mn < 0$, s így y -ra is, tehát x -re is egy pozitív értéket kapunk, bármi is az n . Ha $0 < mn < 1/4$, akkor a zárójelbeli értékek pozitívak, így pozitív n esetén két pozitív y (és x) érték adódik, negatív n esetén egy sem. $mn = 1/4$ -re $y = 1/(2n)$ pozitív, ha n pozitív, negatív n -re ismét nincs (1)-nek megoldása, és ugyancsak nincs megoldás, ha $mn > 1/4$.



A megoldások számát az m, n koordináta-rendszerben az ábra tünteti fel vonalanként, ill. síkrészenként.

Kemény András (Budapest, Berzsényi D. Gimn., II. o. t.)

Sztapkovics László (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)