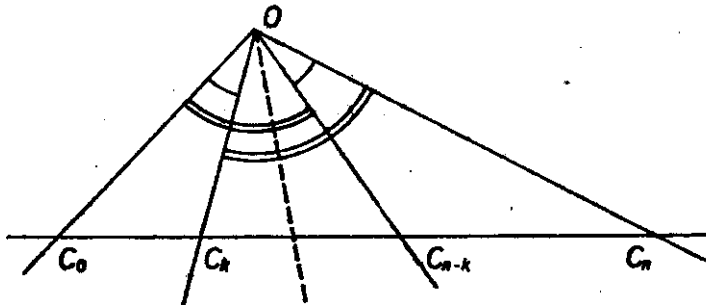


Megoldás. A vizsgálandó kifejezést egyszerűbb alakra hozzuk:

$$a = \frac{\frac{1}{C_0 C_k} - \frac{1}{C_0 C_n}}{\frac{1}{C_n C_{n-k}} - \frac{1}{C_n C_0}} = \frac{\frac{C_0 C_n - C_0 C_k}{C_0 C_k}}{\frac{C_n C_0 - C_n C_{n-k}}{C_n C_{n-k}}} = \frac{C_n C_k \cdot C_n C_{n-k}}{C_0 C_k \cdot C_0 C_{n-k}}$$

(természetesen föltettük, hogy $0 < k < n$ – az ábrán $k < n/2$ –, másrészt hogy az átmetsző egyenes nem megy át a szög O csúcsán).



A szinusz tételt alkalmazva a $C_0 C_k O$, $C_0 C_{n-k} O$, $C_n C_k O$ és a $C_n C_{n-k} O$ háromszögből

$$\begin{aligned} C_n C_k &= OC_n \cdot \frac{\sin C_n O C_k \sphericalangle}{\sin OC_k C_n \sphericalangle}, & C_n C_{n-k} &= OC_n \frac{\sin C_n O C_{n-k} \sphericalangle}{\sin OC_{n-k} C_n \sphericalangle}, \\ C_0 C_k &= OC_0 \frac{\sin C_0 O C_k \sphericalangle}{\sin OC_k C_0 \sphericalangle}, & C_0 C_{n-k} &= OC_0 \frac{\sin C_0 O C_{n-k} \sphericalangle}{\sin OC_{n-k} C_0 \sphericalangle}. \end{aligned}$$

Ezek alapján, figyelembe véve, hogy az OC_k és OC_{n-k} osztóvonalak a föltevés szerint szimmetrikusak a $C_0 O C_n$ szög felezőjére nézve, és így

$$C_n O C_k \sphericalangle = C_0 O C_{n-k} \sphericalangle, \text{ valamint } C_n O C_{n-k} \sphericalangle = C_0 O C_k \sphericalangle,$$

továbbá, hogy a $C_n C_k O$ és $C_0 C_k O$ szögek, valamint $C_n C_{n-k} O$ és $C_0 C_{n-k} O$ is egymás kiegészítő szögei, kifejezésünk így alakul:

$$a = \left(\frac{OC_n}{OC_0} \right)^2.$$

Ez valóban független k -től is, n -től is, csak attól függ, mekkora szakaszokat metszett le az eredeti szög száraiból az átmetsző egyenes. – Azt is kaptuk, hogy nem lényeges a szögnek egyenlő részekre való osztása, csupán az, hogy $C_0 O C_k \sphericalangle = C_{n-k} O C_n \sphericalangle$ legyen és hogy ezek egyező irányításúak is legyenek.

Hegedűs András (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV. o. t.)