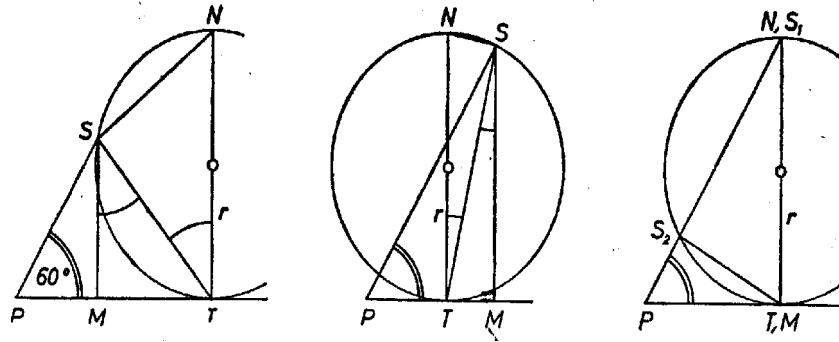


I. megoldás. Legyen a kör sugara r , S vetülete PT -n M , ez különbözzék T -től, és a kör T -ből kiinduló átmérője TN . Ekkor STM és TNS hasonló derékszögű háromszögek, mert S -nél, ill. T -nél levő szögek váltószögek. Másrészt SM a PS oldalú szabályos háromszög magassága, így

$$\frac{NT}{ST} = \frac{2r}{ST} = \frac{ST}{MS}; \quad r = \frac{ST^2}{2MS} = \frac{PT^2 + PS^2 - PT \cdot PS}{\sqrt{3} \cdot PS}.$$

Alkalmaztuk a koszinusz-tételt a PTS háromszögre (1. ábra).

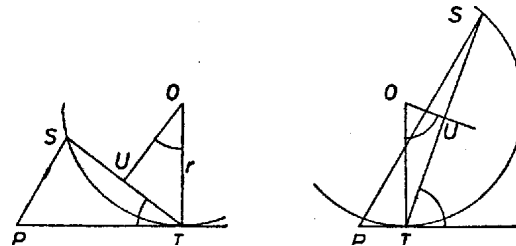


1. ábra

Eredményünk akkor is érvényes, ha S azonos N -nel, vagyis $ST \perp PT$, és így a PTS háromszög egy a magasságával kettévágott szabályos háromszög egyik fele, $PS = 2PT$, tehát $NT = \sqrt{3} \cdot PT$, $r = PT\sqrt{3}/2 = PS \cdot \sqrt{3}/4$; azonban a $PS = 2PT$ észrevételből hamarabb jutunk célba. Hasonlóan egyszerűen kaphatjuk az eredményt abban a speciális esetben is, ha $PT = 2PS$, más szóval hogy $PST \angle = 90^\circ$

Hárs László (Budapest, Berzsenyi D. gimn. III. o. t.)

II. megoldás. Legyen a kör O középpontjának vetülete a TS húron U , az O -tól különböző pont.



1. ábra

Így a $TOU \angle$ szárai merőlegesek a $PTS \angle$ száraira, ezért a TOU derékszögű háromszögből, valamint a PTS háromszögre a szinusz-tételt alkalmazva

$$\begin{aligned} \sin TOU \angle &= \frac{TU}{r} = \frac{TS}{2r} = \\ &= \sin PTS \angle = PS \frac{\sin TPS \angle}{TS} = \frac{PS\sqrt{3}}{2TS}. \end{aligned}$$

A két eredményt összehasonlítva és alkalmazva a koszinusz-tételt:

$$r = \frac{TS^2}{\sqrt{3} \cdot PS} = \frac{PT^2 + PS^2 - PT \cdot PS}{\sqrt{3} \cdot PS}.$$

Amennyiben U azonos O -val, akkor az $ST \perp PT$ speciális eset áll fenn, amit már az I. megoldásban láttunk.

Faragó István (Budapest, Könyves Kálmán gimn. III. o. t.)