

Legyen az adott sorozat n -edik tagja a_n , ill. b_n , differenciájuk d_a , ill. d_b , ekkor (természetesen föltéve, hogy $n > 1$):

$$d_a = \frac{a_n - a_1}{n - 1} = \frac{s_a - 2a_1}{n - 1}, \quad d_b = \frac{s_b - 2b_1}{n - 1}.$$

Ezek alapján a harmadik sorozat i -edik tagja

$$\begin{aligned} a_i b_i &= [a_1 + (i - 1)d_a] [b_1 + (i - 1)d_b] = \\ &= a_1 b_1 + (a_1 d_b + b_1 d_a)(i - 1) + d_a d_b (i - 1)^2, \end{aligned}$$

végül a négyzetszámok összegének ismert képlete alapján a kérdéses összeg

$$\begin{aligned} S &= a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_i b_i + \dots + a_n b_n = \\ &= n a_1 b_1 + (a_1 d_b + b_1 d_a) [0 + 1 + \dots + (i - 1) + \dots + (n - 1)] + \\ &+ d_a d_b [0 + 1^2 + \dots + (i - 1)^2 + \dots + (n - 1)^2] = \\ &= n a_1 b_1 + \frac{a_1 s_b + b_1 s_a - 4 a_1 b_1}{n - 1} \cdot \frac{(n - 1)n}{2} + \\ &+ \frac{(s_a - 2 a_1)(s_b - 2 b_1)}{(n - 1)^2} \cdot \frac{(n - 1)n(2n - 1)}{6} = \\ &= \frac{n}{6(n - 1)} [(2n - 1)s_a s_b - (n + 1)(a_1 s_b + b_1 s_a - 2 a_1 b_1)]. \end{aligned}$$

Az utolsó zárójel $a_1 b_n + b_1 a_n$ alakban is írható.

Lőrincz Éva (Szekszárd, Garay J. gimn. IV. o. t.)
Wittmann Róbert (Budapest, Piarista gimn. IV. o. t.)