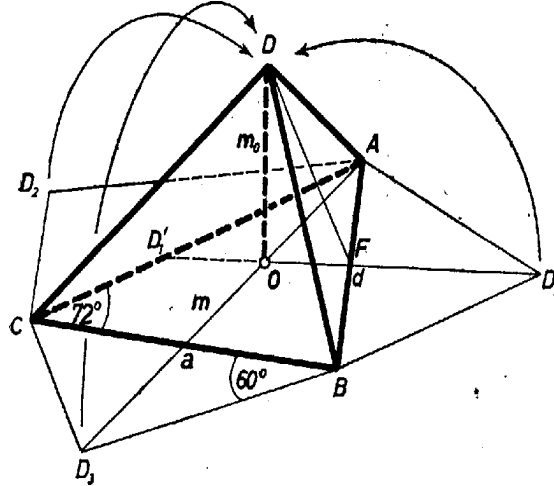
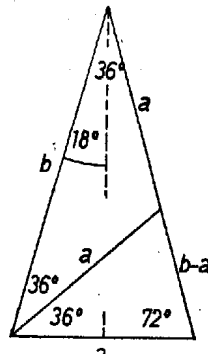


Legyenek az AD_1BCD_2 szabályos ötszög megrajzolt átlói AB és AC , a BC oldal fölé szerkesztett szabályos háromszög új csúcsa D_3 . A szabad D_1, D_2, D_3 csúcsok valóban összeérnek egy D pontban, a gúla létrejön. Ugyanis mindhárom fölhajtott lap egyenlő szárú háromszög, és száruk egyenlő az adott ötszög a oldalával; másrészt a szabad csúcs a hajtásvonalnak az alapsíkban levő felező merőlegese fölött fordul el, pl. D_1 legfölbbe az AB -re vett D'_1 tükörképéig, e 3 felező merőlegesnek van közös pontja, az adott ötszög O középpontja, és ez rajta van mindhárom $D_iD'_i$ szakaszon ($i = 1, 2, 3$), hiszen $OAB \sphericalangle = OAC \sphericalangle = BAC \sphericalangle / 2 = 18^\circ < 36^\circ = BAD_1$, és $OBC \sphericalangle = 54^\circ < 60^\circ = D_3BC$.



1. ábra



2. ábra

Az alapháromszögnek a $BC = a$ hosszú alapélhez tartozó m magassága egyben az ötszög szimmetriatengelye, ebből a t alapterület

$$m = \frac{a}{2} \operatorname{tg} 72^\circ, \quad t = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \operatorname{tg} 72^\circ = \frac{a^2}{4} \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}.$$

Legyen az ötszög AB átlója d , ennek felezőpontja F . Ekkor az ABD oldallap magassága, ennek az alapsíkon levő vetülete, majd a gúla magassága

$$DF = \frac{d}{2} \operatorname{tg} 36^\circ = \frac{d}{2} \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}, \quad OF = \frac{d}{2} \operatorname{tg} 18^\circ = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}},$$

$$DO = \sqrt{DF^2 - OF^2} = \frac{d}{\sqrt{5}} \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}.$$

Végül a d átló és a keresett V térfogat:

$$d = \frac{a}{2 \cos 72^\circ} = \frac{a}{2} (\sqrt{5} + 1),$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{5}} = \frac{a^3}{24} (\sqrt{5} + 1) \quad (\approx a^3 \cdot 0,135).$$

Birkner Lajos (Budapest, Könyves Kálmán gimn. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Mindegyik felhasznált szögfüggvényérték levezethető pl. $\sin 18^\circ$ -ból, ez pedig abból adódik, hogy ha az a alapú, egyenlő szárú háromszög b szárai közti szög 36° , akkor az alapon levő egyik szög felezője két egyenlő szárú

