

I. Az adott T táblázaton¹ több, különböző jellegű szabályszerűség figyelhető meg.

	a	f_1''	b_1'	a_1'	b_1'		b
v_1''	0	1	2	3	4	5	6
	1	0	3	2	5	4	7
v_1'	2	3	0	1	6	7	4
a_2'	3	2	1	0	7	6	5
	4	5	6	7	0	1	2
b_1'	5	4	7	6	1	0	3
	6	7	4	5	2	3	0
v_2'	7	6	5	4	3	2	1
b							
		b_2'		a_2'			a

Egyszerre csak az egyező számok helyzetét tekintve:

α) T szimmetrikus a balról jobbra lejtő a , és az emelkedő b átlóra nézve¹ (ebből – mint ismeretes – következik, hogy T az átlók metszéspontjára tükrözve is önmagába menne át);

β) minden a T -ben föllépő szám mindegyik sorban és mindegyik oszlopban egyszer lép föl.

A különböző számok kölcsönös helyzetét és értékét is tekintetbe véve:

γ) az első sor és az első oszlop egyaránt természetes számokból álló, növekvő számtani sorozatot tartalmaz;

δ) az f függőleges középvonalra tükrös helyzetű számpárok összege ugyanannyi, és ugyanez áll a v középvonalra nézve tükrös számpárookra is.

T -nek csak kisebb részeit tekintve:

a felsorolt tulajdonságai megvannak annak a 4 kisebb táblázatnak is, amelyekre T -t f és v felosztják (T' táblázatok, α' , β' , γ' , δ' tulajdonságok (α' az a' , b' átlókra vonatkozik), továbbá annak a 16 db 2×2 számból álló táblázatnak is, amelyekre a T' táblázatok az f_1' , f_2' , v_1' , v_2' középvonalak felosztják (α'' – δ'' tulajdonság).

II. További szabályszerűségek felsorolásától eltekinthetünk. Ugyanis – mint többen észrevették – a felsoroltak közül egyesek már következnek másikkából. Többen is megadtak olyan (kevés tulajdonságot tartalmazó) felsorolásokat, melyek egyes szabályszerűségei nem következnek egymásból, és amelyek alapján T visszaállítható. Először bemutatunk néhány példát, mit lehet ebből a szempontból mellőzni a fenti szabályszerűségek közül, másrészt azt is, hogy adott esetben mit nem lehetne.

Mindjárt β' csupán ismétli β -t, és persze β'' a β' -t; a felső két, valamint a bal oldali két T' táblázatra nézve γ' ismétli γ -t.

A bal felső és a jobb alsó T' -nek a' lejtős átlója közös T -vel, így ebben a tekintetben az α' tulajdonság mellőzhető volna, viszont b_1' -re és b_2' -re nézve újat mond. (Tulajdonképpen külön-külön kellene beszélni az egyes átlókról.)

β , γ , δ -nak a sorokra vonatkozó állításaiból és α -ból rendre következik az oszlopokra vonatkozó állítás.

δ az 1. sorra vonatkozóan csupán ismétli γ -t, de a 2–7. sorokra vonatkozóan újat állít. (Ugyanis α , β , γ alapján több olyan táblázat is kiépíthető, mely első sorában egyezik T -vel, de második sora 1, 7, 0, 5, 2, 3, 4, 6, így pedig δ nem érvényes benne. Ha viszont a tulajdonságokat a γ , α , α' sorrendben vesszük észre (és az 1. sor 1. helyére 0-t írunk), ebből már a 4–5. sorra is kiadódik δ , viszont a 2. sor még mindig lehetne pl. 1, 3, 0, 2, 5, 4, 7, 6 is, amiben δ nem érvényes. Ha azonban γ , α , α' után α'' -t is alkalmazzuk, T -t visszaállítottuk. Ezzel már megadtunk egy kiépítési utasítást is.)

III. T -nek egy további kiépítési lehetősége: az üres táblázatot már előre 2×2 mezős részekre osztjuk. Az 1. sor 1. eleme 0. A középvonalakra tükrös helyzetű számok összege a bal felső 2×2 mezős kis négyzetben 1, a bal felső 4×4 mezős négyzetben 3, az egész táblázatban pedig 7 legyen. – Ez a fenti δ'' , δ' , δ tulajdonság; Maróti Péter (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.) és Hárs László (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.) dolgozatából.

IV. Egy más jellegű kiépítési utasítás: a bal felső sarokba 0-t írunk, majd soronként balról jobbra haladva, tele sor után az alatta álló sort sorra véve az egymás utáni mezőkbe azt a legkisebb, nemnegatív, egész számot írjuk, amely a

¹ A feladat kitűzésekor a táblázat a mostani ábrából csak a számokat tartalmazta.

¹ Attól természetesen eltekintünk, hogy a számjegyeket egy ferde tükrözés fekvő helyzetbe vinné át, két tükrözés pedig fejre is állíthatná.

mezőnek sem a sorában, sem az oszlopában még nem fordult elő. (β és γ tulajdonság, *Kövesi Gusztáv*, Budapest, I. István Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A táblázat eredetileg a „nim” játék² „jó” állásainak megjegyzésére készült, arra az esetre, ha 3 halom van és egy halomban legfeljebb 7 tárgy. Ha pl. két halomban 3 és 5 tárgy van, akkor – a 3-as sor és az 5-ös oszlop közös mezijén álló szám szerint – a harmadik halmot 6 tárgyra kell csökkentenünk. Amennyiben abban éppen 6 tárgy van, akkor az ellenfél helyes játéka esetén nem nyerhetünk, ha pedig kevesebb, pl. 2, akkor a 2, 3 számpárhoz olvassuk le hasonlóan, hogy 1-re csökkentendő a további halomban levő tárgyak száma.

Ezek alapján mondhatjuk ki a táblázat egy eddig rejtett szabályszerűségét: ha az A kezdőszámú sor és a B kezdőszámú oszlop kereszteződésében a C szám áll, akkor az (A, C) kereszteződésben B , a (B, C) kereszteződésben A áll.

Az olvasóra hagyjuk a táblázat és a 2-es számrendszer kapcsolatának további elemzését.

²Lásd következő cikkünket: *Dr. Báron Gyula*: A nim-játék stratégiájáról: a nyerő stratégia felkutatása. K. M. L. 28 (1964) 193–198. o.
– A nim-játék egy változatával foglalkozott az 1322. feladat, megoldását lásd K. M. L. 32 (1966) 148. o.