

a) Észrevevesszük, hogy (1) és (2) kétismeretlenes rendszert alkot a $2x + z = u$ és az y ismeretlenekre. Kivonva (2)-t az (1) kétszereséből, adódik $7y = 0$, azaz $y = 0$, és így (1)-ből

$$(4) \quad u = 2x + z = 1.$$

Ezek alapján (3)-ból

$$(8x + 4z) - z = 4u - z = 4, \quad z = 0,$$

végül (4)-ből $x = 1/2$.

Eszerint csak $x = 1/2$, $y = z = 0$ lehet a megoldás, és könnyen látható, hogy ez ki is elégíti a rendszert.

b) (2) és (1) fenti alakítása során y is kiesik, ha pl. (2)-ben $-y$ helyére $6y$ -t írunk, vagyis

$$(2^*) \quad 4x + 6y + 2z = 2.$$

Így (2*) csupán ismétli (1) követelését, mellőzhető. Tetszés szerint választva y értékét, (1)-ből $u = 1 - 3y$, és így (3)-ból, majd ismét (1)-ből

$$\begin{aligned} -z = 4 - 5y - 4u = 7y, \quad x = \frac{u - z}{2} = 2y + \frac{1}{2}, \quad \text{azaz} \\ x = 2y + 1/2, \quad y = y, \quad z = -7y \end{aligned}$$

bármely y esetén kielégíti az egy együttható megváltoztatásával nyert (1), (2*), (3) rendszert.

c) Mint láttuk, az (1), (2) rendszerből egyértelműen $y = 0$, $u = 1$. Ez nem elégíti ki a

$$(3^{**}) \quad 3u + 5y = 4, \quad \text{azaz} \quad 6x + 5y + 3z = 4$$

egyenletet, tehát az (1), (2), (3**) rendszert egyetlen x, y, z számhármassal sem elégíti ki.

Lempert László (Budapest, Radnóti M. gyak. gimn. II. o. t.)

Megjegyzés. Más alakban is kaphatunk a b) kérdésre végtelen sok megoldást, pl. ha (3) helyére $8x + 5y + 4z = 4$ -et írunk, ez ugyanis (1) kétszeresének és (2)-nek összege. Tetszés szerinti x -et választva

$$x = x, \quad y = 0, \quad z = 1 - 2x$$

kielégíti a megváltoztatott rendszert.