

Egy csapásra ellenőrizhetjük az oszthatóságra vonatkozó állításokat a tízes számrendszerben és eldönthetjük a kérdéseket a kilences számrendszerben úgy, hogy az osztásokat tetszés szerinti A alapú rendszerben végezzük el. A tíz, illetve tizenkét $(A-1)$ -es számjeggyel leírt szám az A alapú rendszer legnagyobb tíz, illetve tizenkét jegyű száma, tehát 1-gyel kisebb, mint a tizenegy, ill. tizenhárom jeggyel írt számok legkisebbike: A^{10} , ill. A^{12} ; így az osztandók:

$$A^{10} - 1 = (A^5 - 1)(A^5 + 1), \quad \text{ill.} \quad A^{12} - 1 = (A^6 - 1)(A^6 + 1).$$

Az osztók viszont, könnyen fölismerhető mértani sorozat összegeként:

$$A^4 - A^3 + A^2 - A + 1 = \frac{A^5 + 1}{A + 1}, \quad A^4 - A^2 + 1 = \frac{A^6 + 1}{A^2 + 1},$$

ennélfogva a hányados mindkét esetben egész szám:

$$(A^5 - 1)(A + 1), \quad \text{ill.} \quad (A^6 - 1)(A^2 + 1),$$

az oszthatóság bármely számrendszerben fennáll, a legkisebb lehetséges $A = 2$ alapszám esetében is, mert számjegyként – együttthatóként – csak $+1$ és -1 fordul elő.

Az osztók prímszám voltára vonatkozó kérdésre a válasz $9^4 - 9^3 + 9^2 - 9 + 1 = 5905$ esetében: „nem igaz”, ez az osztó többszöröse 5-nek, $9^4 - 9^2 + 1 = 6481$ esetében: „igaz”, 6481 prímszám, mert nem osztható a négyzetgyöke egész részénél, 80-nál kisebb prímszámok egyikével sem.

Barbarits András (Budapest, I. István g. I. o. t.)

Megjegyzés. Könnyű belátni, hogy a tízes számrendszer bármely 9-re végződő számát véve alapszámnak, $A^4 - A^3 + A^2 - A + 1$ mindig osztható 5-tel. – Az $A^4 - A^2 + 1$ kifejezés sem mindig prím, pl. $A = 6, 7, 8, 11$ esetében összetett szám.