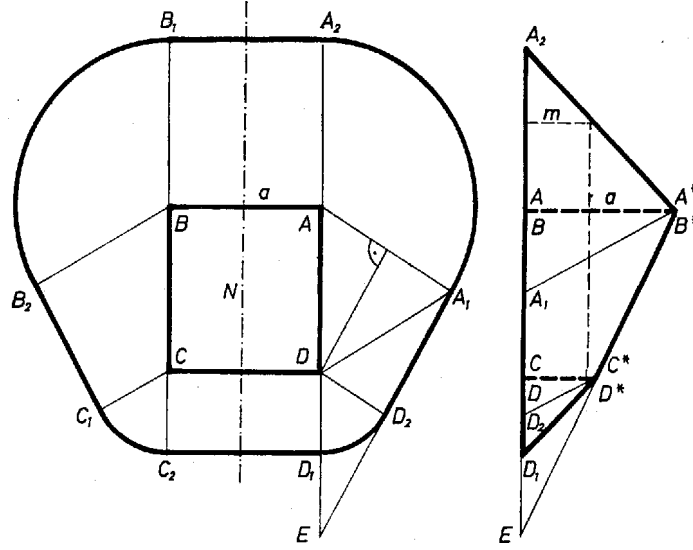


I. Legyen az alapidom magja az $ABCD = N$ négyzet, a csúcsokban álló oszlop felső végpontja rendre A^* , B^* , C^* , D^* úgy, hogy $AA^* = BB^* = a$, $CC^* = DD^* = a/2$, az alapidomot határoló, N csúcsai körüli ívek rendre A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 , D_1D_2 , az egyenesszakaszok A_2B_1 , B_2C_1 , C_2D_1 és D_2A_1 . A sátor szimmetrikus az AB szakasz felező merőleges síkjára nézve. Az 1. ábra a sátor felülnézetét és oldalnézetét mutatja be.



1. ábra

Az AA_1D_2D derékszögű trapézban $DAA_1 \angle = 60^\circ$, mert a D -ből húzott magasság felezi az AA_1 alapot, hiszen talppontjának A_1 -től való távolsága DD_2 -vel, azaz $a/2$ -vel egyenlő, így ez a magasság az A csúccsal egy szabályos háromszög felét adja. Másrészt $A_2B_1 \parallel AB \parallel D_1C_2$, A_2 és D_1 az AD egyenesen van, az A_1A_2 ív középponti szöge 120° , a D_1D_2 ívé 60° , tehát hosszuk $a \cdot 2\pi/3$, ill. $a \cdot \pi/6$.

A DD_2D^* derékszögű háromszög az AA_1A^* derékszögű háromszögnek $2 : 1$ arányú kicsinyítettje. Nyilvánvaló ugyanis, hogy A^*D^* és A_1D_2 az A -nak D -re vett E tükörképében metszik egymást, és a két háromszög síkja párhuzamos, mert A -nál, ill. D -nél levő szögek egyállásúak. Eszerint A^* , A_1 , D_2 , D^* egy síkban van, $A^*A_1 = a\sqrt{2}$, így $D^*D_2 = a/\sqrt{2}$.

Az ADD^*A^* és ADD_2A_1 derékszögű trapézból $A^*D^* = a\sqrt{5}/2$, $A_1D_2 = a\sqrt{3}/2$. Így a ponyva 2-2 szimmetrikus kúppalást-részének és az A^*D^* , B^*C^* élekről lefutó trapézok területének összege

$$T_1 = 2 \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot a\sqrt{2} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{a\sqrt{2} + a/\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = 3\sqrt{2}(\pi + \sqrt{3}) \cdot \frac{a^2}{4}.$$

Másrészt a sorban egymáshoz csatlakozó $A_2B_1B^*A^*$, $A^*B^*C^*D^*$, $D^*C^*C_2D_1$ téglalapok területének összege, majd a ponyva T területe:

$$T_2 = a \left(a\sqrt{2} + a\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} \right) = (3\sqrt{2} + \sqrt{5}) \cdot \frac{a^2}{2},$$

$$T = T_1 + T_2 = \left(3\sqrt{2}(2 + \sqrt{3} + \pi) + 2\sqrt{5} \right) \frac{a^2}{4} \approx 8,41 a^2.$$

A sátor térfogatának az $A^*D^*D_2A_1$ trapéz alatti része a fentebbiek szerint 3 oldalú csonkagúla. Így a térfogatból az A^*AD és B^*BC síkokon kívül eső részek összege

$$V_1 = 2 \left(\frac{a^2\pi}{3} \cdot \frac{a}{3} + \frac{\pi}{6} \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{3} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} \right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = (17\pi + 21\sqrt{3}) \cdot \frac{a^3}{72},$$

a két sík közti hasábok térfogatának összege

$$V_2 = a \left(\frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{8} \right) = \frac{11a^3}{8},$$

és így a sátor térfogata

$$V = (99 + 21\sqrt{3} + 17\pi) \cdot \frac{a^3}{72} \approx 2,62a^3.$$

Végül az alapterület, a részeket a fenti két számítás rendjében felsorolva

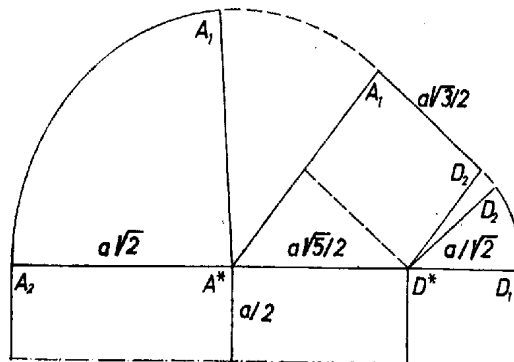
$$t = 2 \left(\frac{a^2 \pi}{3} + \frac{a^2 \pi}{6 \cdot 4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) + a \frac{5a}{2} = \frac{a^2}{4} (3(\pi + \sqrt{3}) + 10) \approx 6,16 a^2,$$

ennélfogva az átlagmagasság

$$m = \frac{V}{t} = \frac{99 + 21\sqrt{3} + 17\pi}{10 + 3\sqrt{3} + 3\pi} \cdot \frac{a}{18} \approx 0,426a.$$

Az $a = 15$ m adat behelyettesítésével $T = 1892 \text{ m}^2$, $V = 8850 \text{ m}^3$, $t = 1385 \text{ m}^2$, $m = 6,40 \text{ m}$.

II. A ponyva kiterítési tervéhez (2. ábra) a fent megállapított méreteket csak a kúppalást-részek középponti szögével kell kiegészítenünk.



2. ábra

Az $\alpha = \text{ív/sugár}$ összefüggés alapján az A^* csúcsnál levő szög $(2\pi a/3) : (\sqrt{2}a) = \sqrt{2}\pi/3 \approx 1,481$ radián $= 84,9^\circ$, a D^* -nál levő pedig ennek fele, $42,4^\circ$.

Sugár László (Budapest, I. István g. IV. o. t.)

Körmendi Sándor (Szombathely, Latinka S. Gépip. T. IV. o. t.)