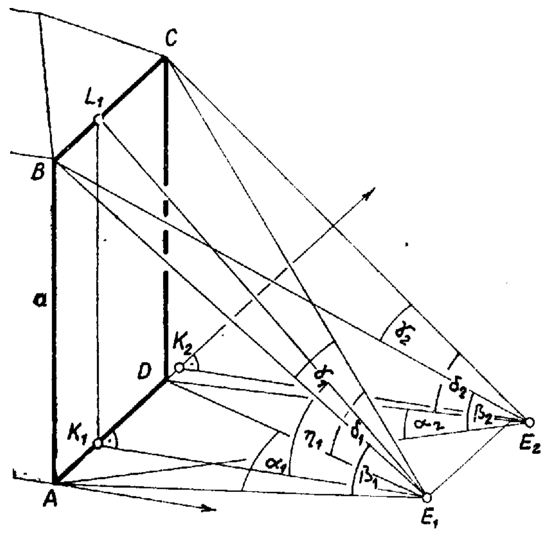
**Megoldás.** I. Legyen a falsík alapéle $AD = a$, függőleges élei $AB$, $DC$, az észlelési helyek $E_i$ – ahol $i = 1{,}2$ –, innen $AD$, $BC$ látószöge $\alpha_i$, ill. $\gamma_i$.




Mivel $E_i$ az alapél síkjában van, $E_iBA$ és $E_iCD$ derékszögű háromszög, továbbá $AB = DC = a$, ezért

$$AE_i = a\operatorname{cotg}\beta_i,\quad DE_i = a\operatorname{cotg}\delta_i;\quad BE_i = \frac{a}{\sin\beta_i},\quad CE_i = \frac{a}{\sin\delta_i}.$$

(Egyszerűség kedvéért az $i$ indexet egyelőre nem írjuk ki.) Az $ADE$, ill. $BCE$ háromszögből a koszinusz–tétellel

$$\cos\alpha = \frac{AE^2 + DE^2 - AD^2}{2\cdot AE\cdot DE} = \frac{\operatorname{cotg}^2\beta + \operatorname{cotg}^2\delta - 1}{2\operatorname{cotg}\beta\operatorname{cotg}\delta}, \tag{1}$$

$$\cos\gamma = \frac{\dfrac{1}{\sin^2\beta} + \dfrac{1}{\sin^2\delta} - 1}{\dfrac{2}{\sin\beta\sin\delta}} = \frac{\sin^2\beta + \sin^2\delta - \sin^2\beta\sin^2\delta}{2\sin\beta\sin\delta}. \tag{2}$$

II. Legyen az $AD$ egyenesnek $E_i$-hez legközelebbi pontja $K_i$, $BC$-é pedig $L_i$. Ezeket az $E$-n átmenő és az élre merőleges sík metszi ki, $AD \parallel BC$ miatt mindkettőt ugyanaz a függőleges sík, így elég $K$-t meghatároznunk. A függvény értelme és a koszinusz-tétel alapján

$$\begin{aligned} AK = AE\cdot\cos EAD\sphericalangle &= \frac{AE^2 + AD^2 - ED^2}{2AD} = \\ &= \frac{\alpha}{2}(\operatorname{cotg}^2\beta - \operatorname{cotg}^2\delta + 1), \end{aligned} \tag{3}$$

másrészt az $ADE$ háromszög $t$ területe két kifejezésének egyenlőségéből

$$KE = \frac{2t}{AD} = \frac{EA\cdot ED\sin\alpha}{AD} = a\operatorname{cotg}\beta\operatorname{cotg}\delta\sin\alpha. \tag{4}$$

Így $KL$-nek $\eta$ látószögére

$$\operatorname{cotg}\eta = \frac{EK}{KL} = \operatorname{cotg}\beta\operatorname{cotg}\delta\sin\alpha. \tag{5}$$

(3) és (5) azonban csak akkor ad választ a feladat kérdésére, ha $K$ az $AD$ élszakaszon adódik: $0 \leqq AK \leqq AD$. Különben, $AK < 0$ esetén $A$, $AK > AD$ esetén pedig $D$ az $AD$ élszakasznak $E$-hez legközelebbi pontja, a $BC$ élszakaszon megfelelően $B$, ill. $C$, végül az emelkedési szög $\beta$, ill. $\delta$.

III. $AK_i$, $K_iE_i$ az észlelési pont koordinátái abban a derékszögű koordináta–rendszerben, melynek origója $A$, abszcisszatengelyének pozitív fele az $AD$ félegyenes és az ordináták az $E_i$-t tartalmazó félsíkon pozitívok. Így az $E_1E_2$ távolság a koordináta–geometria távolságképletével állapítható meg.

IV. A numerikus adatokkal az $E_1$ észlelőhelyre $\alpha_1 = 47{,}6^\circ$, $\gamma_1 = 36{,}6^\circ$, $AK_1 = 7{,}83$ m, $K_1E_1 = 22{,}52$ m, $\eta_1 = 41{,}6^\circ$; az $E_2$ észlelőhelyre $\alpha_2 = 38{,}6^\circ$, $\gamma_2 = 32{,}0^\circ$, $AK_2 = 21{,}39$ m ($> AD$), $K_2E_2 = 23{,}80$ m, a felső él $E_2$-höz legközelebbi pontja $C$, emelkedési szöge $40^\circ$. Végül a koordinátákból $E_1E_2 = 13{,}62$ m.

*Zambó Péter* (Miskolc, Földes F. g. II. o. t.)

*Megjegyzés.* Az $E_1E_2$ távolság az $AE_1E_2$ (vagy $DE_1E_2$) háromszögből is számítható, az $E_iAD$ (ill. $E_iDA$) szögek előzetes kiszámítása alapján.