

α) Ha $b, c, d, e > 0$, akkor az előírt műveletek minden valós x -re értelmezve vannak $x = 0$ kivételével. Legyen még $a > 0$. Egyenlő számok ugyanazon alapú logaritmusai is egyenlők, így

$$\lg a + x \lg b + 2x \lg c = \frac{\lg d}{3x} + \frac{\lg e}{4x}.$$

Innen rendezéssel

$$(2) \quad (\lg(bc^2)) \cdot x^2 + (\lg a) \cdot x - \left(\frac{1}{3} \lg d + \frac{1}{4} \lg e \right) = 0.$$

Ez valóban másodfokú egyenlet, és gyökei valósak, ha

$$(3) \quad \lg(bc^2) \neq 0, \quad \text{azaz} \quad bc^2 \neq 1, \quad \text{és}$$

$$(4) \quad D = \lg^2 a + (\lg(bc^2)) \cdot \left(\frac{4}{3} \lg d + \lg e \right) \geq 0.$$

Ha $bc^2 = 1$, de $a \neq 1$, akkor (2) elsőfokú egyenlet, gyöke valós. Végül $bc^2 = a = 1$ esetén már (1) bal oldala 1, ha még $\sqrt[3]{d} \cdot \sqrt[4]{e} = 1$ is teljesül, akkor (1)-et minden $x \neq 0$ valós szám kielégíti, az ellenkező esetben pedig nincs megoldás.

β) Az I. értékrendszer esetében (3) és (4) teljesül, a gyökök: $x_1 \approx -0,624$, $x_2 \approx 0,464$.

A II. rendszer esetében (4) nem teljesül, nincs valós megoldás.

Eteli Ferenc (Pannonhalma, Bencés g. I. o. t.)