

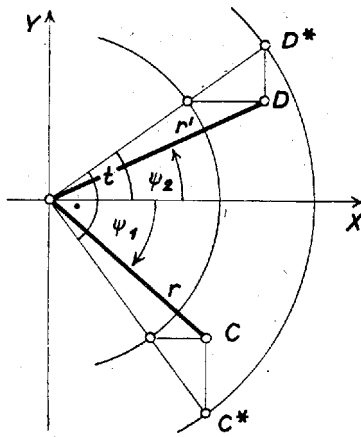
$$(1) \quad (a+b)^2 = CP^2 = OC^2 + OP^2 - 2 \cdot OC \cdot OP \cdot \cos(90^\circ + \psi) = r^2 + r'^2 + 2rr' \sin \psi,$$
$$(2) \quad (a-b)^2 = RS^2 = OT^2 = 2(OC^2 + OP^2) - CP^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \sin \psi.$$
$$(3) \quad a, b = \frac{1}{2} \left(\sqrt{r^2 + r'^2 + 2rr' \sin \psi} \pm \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \sin \psi} \right).$$
$$COR_{\triangleleft} = COQ_{\triangleleft} - ROQ_{\triangleleft} = COQ_{\triangleleft} - 90^{\circ} + OQC_{\triangleleft}/2,$$
$$\begin{aligned}\cos COQ_{\triangleleft} &= \frac{OC^2 + OQ^2 - CQ^2}{2OC \cdot OQ} = \frac{r^2 - rr' \sin \psi}{2r \cdot OQ} = \\ &= \frac{r - r' \sin \psi}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \sin \psi}}, \\ \cos OQC_{\triangleleft} &= \frac{QO^2 + QC^2 - OC^2}{2 \cdot QO \cdot QC} = \frac{r'^2 - r^2}{\sqrt{(r^2 + r'^2)^2 - 4r^2 r'^2 \sin^2 \psi}}.\end{aligned}$$

II. Az adott numerikus értékrendszer esetében

$$CP^2 = 5, \quad RS^2 = 1, \quad a = (\sqrt{5} + 1)/2, \quad b = (\sqrt{5} - 1)/2,$$

$$COQ\triangleleft = 90^\circ, \quad \cos OQC\triangleleft = 1/\sqrt{5}, \quad OQC\triangleleft = 63,43^\circ, \quad COR\triangleleft = 31,72^\circ.$$

Wagner András (Pécs, Zipernovszky K. Gépip. Techn., III. o. t.)
Gallatz Imre (Pannonhalma, Bencés g. III. o. t.)



II. megoldás. Ellipszisünket a szokásos állásban behelyezzük a derékszögű koordinátarendszerbe, vagyis egyenlete $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, és a konjugált átmérőknek azt a felét vesszük $OC = r$ -nek és $OD = r'$ -nek, hogy OC -ből $+45^\circ$ -os forgás vigyen át az OD irányba, és eközben átlépjük az X -tengely pozitív felét. Legyen D^* az ellipszis $x^2 + y^2 = a^2$ főkörének az a pontja, amelyből kiindulva az a és b sugarú koncentrikus körök felhasználásával D -t kapjuk, és legyen az XOD^* paraméterszög t ; ekkor D koordinátái – mint az 1416. feladatban is láttuk – $(a \cos t, b \sin t)$. Továbbá a C -t ugyanígy előállító C^* pontra $XOC^* \angle = t - 90^\circ$, mert OC^* és OD^* a főkörben szintén konjugáltak, és így merőlegesek, ezért C koordinátái $(a \sin t, -b \cos t)$. Ezekből egyrészt

$$OC^2 = a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t = r^2, \quad OD^2 = a^2 \cos^2 t + b^2 \sin^2 t = r'^2,$$

és összeadással

$$(4) \quad a^2 + b^2 = r^2 + r'^2;$$

másrészt az XOC , XOD forgásszöget ψ_1 -gyel, ill. ψ_2 -vel jelölve

$$(5) \quad \begin{aligned} \sin \psi_1 &= -\frac{b}{r} \cos t, & \cos \psi_1 &= \frac{a}{r} \sin t, \\ \sin \psi_2 &= \frac{b}{r'} \sin t, & \cos \psi_2 &= \frac{a}{r'} \cos t, \end{aligned}$$

és így

$$\sin \psi = \sin(\psi_2 - \psi_1) = \frac{ab}{rr'} (\sin^2 t + \cos^2 t) = \frac{ab}{rr'},$$

amiből

$$(6) \quad ab = rr' \sin \psi.$$

Mármost (6) 2-szeresét (4)-hez hozzáadva, majd belőle levonva $(a+b)^2$ -et, $(a-b)^2$ -et kapjuk, ezekből pedig gyökvonással az I. megoldásbeli (3) eredményeket. Ezek után a nagytengely irányát (5) bármelyik kifejezése alapján megállapíthatjuk.

Bodor István (Veszprém, Lovassy L. g. III. o. t.)
Gegesy Ferenc (Budapest, Móricz Zs. g. II. o. t.)