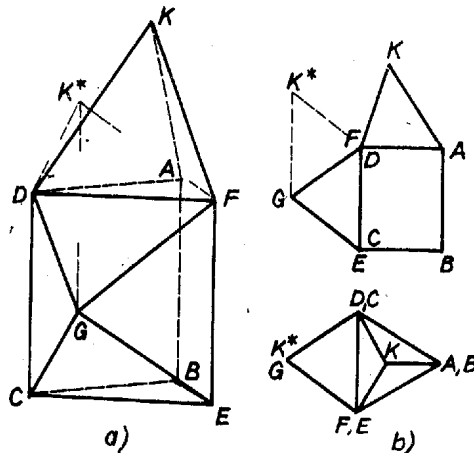


I. Az adott lapokkal határolt testet többféleképpen készíthetjük el, tekintsük először a következőt. Legyenek az  $ABCD$  és  $ABEF$  négyzetlapok egy  $H$  szabályos háromoldalú hasáb oldallapjai (1.  $a$  és  $b$  ábra). Négy háromszöglapból elkészítjük egy  $G$  főcsúcsú  $N$  szabályos négyoldalú gúla nyitott palástját, és ezt ráillesztjük  $H$ -nak  $CDFE$  négyzetlapjára, további három háromszögből egy  $K$  főcsúcsú  $T$  szabályos tetraéder palástját, és ezt  $H$ -nak  $ADF$  fedőlapjára illesztjük, végül nyolcadik háromszöglapként  $H$ -nak  $BCE$  alaplapját vesszük.



1. ábra

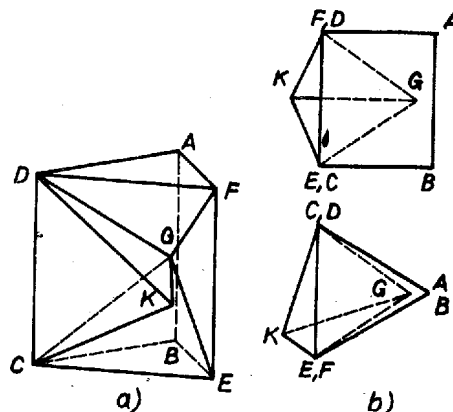
$H$ ,  $N$ ,  $T$  térfogata ismert módon egyszerűen számítható, így a test térfogata

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4} \approx 0,786\dots$$

térfogategység; kisebb az 1464. feladatban vizsgált, ugyanezen lapok együttesével határolt test 0,956... egységnyi térfogatánál.

II. A  $HN$  testkombináció szimmetrikus az  $AB$  él felező merőleges síkjára – valamint az  $ABG$  síkra is –, ezért a fentivel egybevágó testet kapunk, ha  $T$ -t az alaplapra illesztjük (kifelé).  $N$  oldallapjaira kifelé nem illeszthetjük rá  $T$ -t, mert úgy  $N$  és  $T$  két-két, az illeszkedési lappal szomszédos lapja egy-egy síkba esnék, együtt egy-egy rombuszlapot adna. Ugyanis  $G$ -ből  $CD$ -vel és  $EF$ -fel párhuzamos és egyenlő  $GK^*$  szakaszt húzva  $CDK^*G$  és  $EFK^*G$  rombusz, így  $K^*D$  és  $K^*F$  is a közös élhosszúsággal egyenlő, tehát  $DFGK^*$  szabályos tetraéder, márpedig a  $DFG$  lapra kifelé csak egyféleképpen lehet tetraédert illeszteni.

III.  $V$ -nél kisebb térfogatú testet is határolhatunk az adott lapokkal, ugyanis akár  $T$ -t, akár  $N$ -et  $H$  megfelelő lapjára befelé is ráállíthatjuk – a gúlát mintegy kivájtva  $H$ -ból. Mindkettőt egyidejűen azonban nem fordíthatjuk befelé, mert úgy bizonyos lapjaik átmetszenék egymást, a hurkolt sokszögekre emlékeztető térbeli alakzatot kapnánk, és azokra nem értelmezhetnők a térfogatot. Könnyen belátható, hogy – a mondott szimmetriák miatt –  $T$ -t befelé a  $HN$  kombinációnak 3 lapjára állítva kapunk különböző testeket, pl. az  $ADF$ ,  $FDG$  és a  $CDG$  lapra. Ha pedig  $N$ -et fordítjuk befelé, akkor ugyanerre a 3 lapra állíthatjuk  $T$ -t kifelé. Az utóbbi 2 esetben ami a kivájt  $HN$ -re nézve „kifelé”, az önmagában  $N$ -re nézve „befelé”.



2. ábra

A 2. ábra a befelé illesztett  $N$ -nek  $CDG$  lapjára állított  $T$  esetét mutatja; mindkét  $b$ ) ábra két vetületben mutatja az  $a$ ) ábra testjét a képsíktengely és a vessző-jelölések elhagyásával.

Az ilyen testek esetében  $T$ , ill.  $N$  térfogata kivonandó a másik két elem térfogatának összegéből.

*Vályi István* (Budapest, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. A feladat nem kívánta az összes lehetséges testek előállítását. Némely dolgozat azonban rámutatott a többféle lehetőségre, majd kiválasztotta az 1. ábrabelit, mondván, hogy csak a konvex esetre szorítkozik. Emiatt jegyezzük meg, hogy – amint az 1.  $b$ ) ábra előlnézeti képéből jól látható – ez a test sem konvex.

2. Néhány dolgozat úgy vélte megoldani a feladatot, hogy egy szabályos oktaéder papírmodelljét 3 él mentén szétvágta két négyoldalú gúla palástjává (vagyis egy éle és az ennek végpontjaiba befutó, rá merőleges élek mentén), majd a négyzetlapokkal lezárta e gúlákat. Ez – bár a két gúla a közös élükön még összefügg –, mégis mesterkéltnak tűnik. Mások e két gúlát egymáshoz rögzítették egy szabályos tetraéder közéjük iktatásával. Ekkor azonban, a tetraéder és gúlalapok már látott esetén felül az alapnégyzetek is egy síkba esnek; a testet 1 téglalap, 2 trapéz és 2 háromszög határolja; ezt már nem fogadtuk el megoldásnak.