

I. megoldás. A bal oldalon a beszorzást elvégezve 12 tag összege áll. Mértani közepük

$$\sqrt[12]{a^{24}b^{24}c^{24}} = a^2b^2c^2,$$

a jobb oldal 12-ed része. Eszerint a bal oldali tagok számtani és mértani közepe közti egyenlőtlenség áll előttünk, 12-vel szorozva.

Egyenlőség akkor és csak akkor áll, ha mind a 12 tag egyenlő. Ennek feltételei: bármelyik kéttagú zárójel tagjainak egyenlőségéből $b = c$, ezzel már a négytagú zárójel 2-2 tagja is egyenlő. Ugyanitt $b^2c^3 = b^2c$ -ből $c^2 = 1$, és így $c = 1 = b$, végül a 2. és 4. zárójeles kifejezés egyenlőségéből $a^2 = 1$, $a = 1$. Valóban, $a = b = c = 1$ esetén mind a 12 tag értéke 1, a jobb oldal pedig 12.

Farkas György (Budapest, Landler J. Gép- és Hír. Ip. T., II. o. t.)

Lényegében a további megoldástípusok is a pozitív számok számtani és mértani közepe közti egyenlőtlenséget használják fel, egyszerre kevesebb tagra alkalmazva, más-más csoportosításban.

II. megoldás. (1) bal oldalán hat-hat 7-ed, ill. 5-ödfokú tag áll. Egyet-egyed alkalmasan párosítva – ti. az előlről és hátulról ugyanannyiadik tagokat –

$$K = (a^4b^2c + b^2c^3) + (a^4bc^2 + b^3c^2) + (a^3b^3c + abc^3) + (a^3bc^3 + ab^3c) + \\ + (a^2b^3c^2 + a^2bc^2) + (a^2b^2c^3 + a^2b^2c),$$

mindegyik pár mértani közepe $a^2b^2c^2$, mindegyik zárójel $\geq 2a^2b^2c^2$. – Egyenlőség akkor és csak akkor áll (1)-ben, ha az átrendezés mindegyik zárójelében az áll. A 6. és 5. zárójelből $c^2 = 1$, $b^2 = 1$ – amiből $c = b = 1$ –, és ezek alapján a negyedikből $a^2 = 1$, $a = 1$.

Eszes Gábor (Budapest, Berzsényi D. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlóan vezet eredményre a következő átrendezés is:

$$K = (a^4bc^2 + b^3c^2) + (a^4b^2c + b^2c^3) + (a^2bc + bc) \cdot (ab^2 + ac^2) + \\ + (a^2b^3c^2 + a^2bc^2) + (a^2b^2c^3 + a^2b^2c).$$