

I. megoldás. A bal oldali alapot a mértani sorozat összegképlete alapján átalakítjuk és úgy emeljük köbre:

$$\begin{aligned}
 3 \cdot \underbrace{6 \ 6 \dots 6}_n^3 &= 3[6(10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 10 + 1)]^3 = \\
 (1) \quad &= 3 \cdot \left(\frac{6(10^n - 1)}{10 - 1} \right)^3 = \frac{8}{9}(10^{3n} - 3 \cdot 10^{2n} + 3 \cdot 10^n - 1).
 \end{aligned}$$

A jobb oldalt hasonlóan alakítjuk. A 4-es számjegy helyi értéke 10^n , az utolsó 2-esé 10^{n+1} , és 6-osé 10^{2n} és az előtte álló 8-asé 10^{2n+1} . Ezért

$$\begin{aligned}
 8 \cdot \frac{10^{n-1} - 1}{9} \cdot 10^{2n+1} + 6 \cdot 10^{2n} + 2 \cdot \frac{10^{n-1} - 1}{9} \cdot 10^{n+1} + 4 \cdot 10^n + 8 \cdot \frac{10^n - 1}{9} &= \\
 = \frac{8}{9} \left(10^{3n} - \underbrace{10^{2n+1} + \frac{27}{4} \cdot 10^{2n} + \frac{1}{4} \cdot 10^{2n}}_{10^{2n+1} + 10^{2n}} - \underbrace{\frac{1}{4} \cdot 10^{n+1} + \frac{9}{2} \cdot 10^n + 10^n - 1}_{10^{n+1} + 10^n - 1} \right) &= \\
 = \frac{8}{9} \left[10^{3n} - (10 - 7) \cdot 10^{2n} + \left(-\frac{5}{2} + \frac{9}{2} + 1 \right) \cdot 10^n - 1 \right], &
 \end{aligned}$$

erről pedig már látjuk, hogy egyenlő (1)-gyel.

Bán Ilona (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. IV. o. t.)

II. megoldás. A bal oldalt a tényezők alkalmas átcsoportosításával átalakíthatjuk a jobb oldali számmá a következőképpen:

$$\begin{aligned}
 3 \cdot \underbrace{6 \ 6 \dots 6}_n^3 &= 2^3 \cdot 3^4 \cdot \underbrace{1 \ 1 \dots 1}_n^2 \cdot \underbrace{1 \ 1 \dots 1}_n = \underbrace{9 \ 9 \dots 9}_n^2 \cdot \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n = \\
 = (10^n - 1)^2 \cdot \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n &= \left(1 \underbrace{0 \ 0 \dots 0}_{2n} - 2 \underbrace{0 \ 0 \dots 0}_{2n} + 1 \right) \cdot \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n = \\
 = \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n \underbrace{0 \ 0 \dots 0}_{2n} - 1 \underbrace{7 \ 7 \dots 7}_{n-1} \underbrace{6 \ 0 \ 0 \dots 0}_n + \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n &= \\
 = \left[\underbrace{8 \ 8 \dots 8}_{n-1} \underbrace{6 \ 0 \ 0 \dots 0}_n \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_n \right] + & \\
 + \left(2 \underbrace{0 \ 0 \dots 0}_{2n} - 1 \underbrace{7 \ 7 \dots 7}_{n-1} \underbrace{6 \ 0 \ 0 \dots 0}_n \right) = [\dots] + & \\
 + \underbrace{2 \ 2 \dots 2}_{n-1} \underbrace{4 \ 0 \ 0 \dots 0}_n = \underbrace{8 \ 8 \dots 8}_{n-1} \underbrace{6 \ 2 \ 2 \dots 2}_{n-1} \underbrace{4 \ 8 \ 8 \dots 8}_n &
 \end{aligned}$$

Ferencz László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

III. megoldás. Az n -jegyű $1 \ 1 \dots 1$ számot N -nel jelölve $10^n = 9N + 1$, és a bal oldal $2^3 \cdot 3^4 \cdot N^3$. A jobb oldal pedig így alakítható:

$$\begin{aligned}
 (8N - 2) \cdot 10^{2n} + (2N + 2) \cdot 10^n + 8N &= \\
 = (8N - 2)(9N + 1)^2 + (2N + 2)(9N + 1) + 8N &= \\
 = 8 \cdot 9^2 \cdot N^3 + 8N(18N + 1) - 2(9N + 1)^2 + (2N + 2)(9N + 1) + 8N &= \\
 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot N^3 + (9N + 1)[16N - 2(9N + 1) + (2N + 2)] = 2^3 \cdot 3^4 \cdot N^3. &
 \end{aligned}$$

Perémy Gábor (Budapest, Sziágyi E. g. III. o. t.)