

A legalább egy feladatot megoldó versenyzőket az alábbi 5 csoportba soroljuk:

- I. akik csak A -t oldották meg,
- II. akik megoldották A -t és még legalább egy feladatot,
- III. akik csak B -t oldották meg,
- IV. akik csak C -t oldották meg,
- V. akik B -t és C -t oldották meg.

Így mindegyikük szerepel valamelyik csoportban, de csak egyben.

Legyen a III., IV. és V. csoport tagjainak száma rendre b , c , d . Csak ezek nem tudták megoldani A -t. Közülük C -t megoldotta $c + d$, B -t pedig $b + d$. Az utóbbi szám 2-szerese az előbbinek:

$$b + d = 2(c + d)$$

Innen

$$(1) \quad d = b - 2c,$$

és mivel ez a szám nem lehet negatív,

$$(2) \quad b \geq 2c.$$

Azok, akik csupán egy feladatot oldottak meg, az I., a III. és a IV. csoport tagjai. Közülük a III.-beliek és a IV.-beliek azok, akik A -t nem tudták megoldani. Számuk $b + c$, így a csupán egy feladatot megoldók száma $2(b + c)$, ennél fogva a csak A -t megoldók száma ugyancsak $b + c$, így pedig a II. csoport tagjainak száma $b + c - 1$.

Mármost az 5 csoport tagjainak együttes számából (1) figyelembevételével

$$(b + c) + (b + c - 1) + b + c + (b - 2c) = 4b + c - 1 = 25,$$

$$(3) \quad 4b + c = 26, \quad \text{másképpen} \quad c = 4(6 - b) + 2.$$

b és c nem negatív egész számok, ezért itt az utóbbi alakból $b \leq 6$ és $c \geq 2$. Másrészt (2) alapján (3) első alakjából $8c + c \leq 26 < 27$, $c < 3$, tehát $c = 2$, és $b = 6$. Eszerint 6 olyan tanuló volt, aki csak a B feladatot oldotta meg. (Az I., II., V. csoport tagjainak száma rendre 8, 7, ill. 2.)

Simon Csaba (Szombathely, Nagy Lajos Gimn. IV. o. t.)

Megjegyzés. Az utolsó lépésben (1)-nek $b = 2c + d$ alakjából ennyit is elég kiolvasni: $b \geq c$. Így ugyanis (3)-ból $5b \geq 26$, $b \geq 6$, tehát $b = 6$.