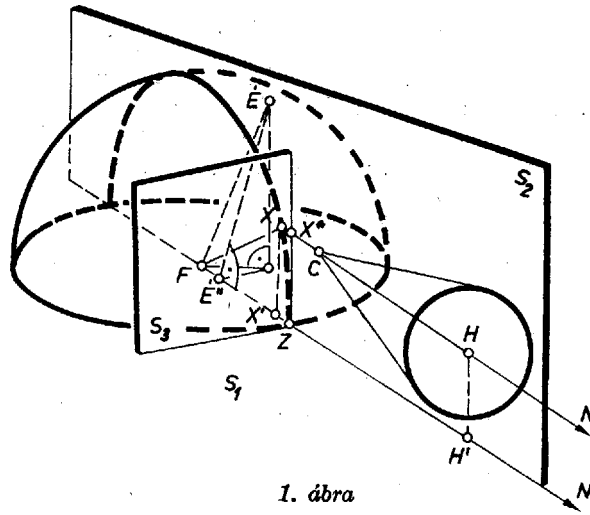




1. ábra

Megoldás. I. Legyen a Föld középpontja F , a Holdé H , a Hold átmérőjének hossza D_H és látószöge F -ből¹ η_H ; ekkor $\sin \eta_H/2 = D_H/(2 \cdot FH)$. Mint az 1456. feladatban² beláttuk, $\sin \eta_H/2$ egyenlőnek vehető $\eta_H/2$ ívmértékével, ezért, 4 értékes számjegyre kerekítve

$$FH \approx \frac{D_H}{\eta_H} = \frac{3476}{31,10 \cdot \pi / (180 \cdot 60)} = 384\,200 \text{ km.}$$

A Hold ekliptikai szélessége az 1459. feladat³ interpolációs képlete szerint az előírt $t = 9,75^h$ időpontban

$$LA_H = -0,1601^\circ + 0,05056^\circ \cdot t = 0,3329^\circ = +0^\circ 19' 58'',$$

ennél fogva H -nak az ekliptika S_1 síkjától való távolsága

$$d_H = FH \cdot \sin LA_H = 2232 \text{ km.}$$

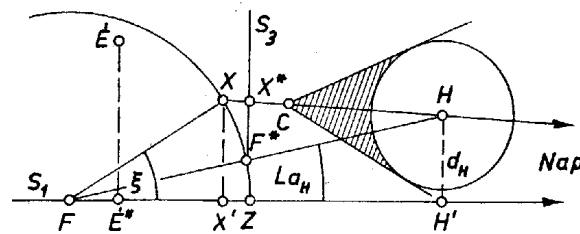
Mivel LA_H pozitív, H az S_1 -nek azon az oldalán van, mint a Föld Északi Sarka, $\acute{E}$.

II. Ugyanezen időpontban F -nek a Nap N középpontjától mért távolsága az 1468. feladat⁴ szerint $FN = 151\,290\,000$ km. F , H és N jó közelítéssel egy egyenesben állanak, ugyanis a $9^h 45^m$ -es időpont az 1459. feladat eredményei szerint kb. 2 perccel van a Hold és a Nap longitudínájának egyezése után és kb. 7 perccel a rektaszcenziójuk egyezése előtt; így az ott készített vázlatunk szerint (lásd a H_3 , N_3 , H_4 , N_4 helyzeteket) $NFH \angle < 0^\circ 30'$. Így pedig a szinusz-tétel szerint $FNH \angle < 0^\circ 0' 5''$, hiszen $FH : HN \approx 1 : 400$. Eszerint a HN távolságra jó közelítéssel

$$HN \approx FN - FH \approx 150\,910\,000 \text{ km.}$$

Az idézett eredmény alapján további egyszerűsítésül úgy tekinthetjük, hogy $9^h 45^m$ -kor a Hold és a Nap longitudínója egyenlő, így H benne van az FN vezérsugáron átmenő és S_1 re merőlegesen álló S_2 síkban.

A Nap D_N átmérője az 1456. feladatban használt $\eta_N = 31' 39''$ látószögből $D_N \approx FN \cdot \eta_N = 1\,393\,000$ km.



2. ábra

¹ A csillagászati évkönyvből kivett látószög-adat természetesen F -re vonatkozik, nem a Föld felületének valamely adott P pontjára. Ugyanis a PH (közepesen 384 000 km) távolság a Föld forgása miatt kb. 1/4 nap alatt, a Hold felkelésétől deleléséig csökkenhet a Föld-gömb $R_F = 6370$ km-nyi sugarával is, vagyis 1,5%-kal, és emiatt a P -ből vett látószög kb. 1,5%-kal, több, mint $20''$ -cel is megnőhet. Pontosabb számításban való felhasználása esetén P és H pillanatnyi kölcsönös helyzetének megfelelően helyesbítenni kell a látószög-adatot.

² Lásd a megoldást K. M. L. 34 (1967) 104. o.

³ Lásd a megoldást a K. M. L. 34 (1967) 212. o.

⁴ Lásd a megoldást a K. M. L. 36 (1967) 202. o.

A Hold teljes árnyékkúpjának C csúcsa a Hold-gömb és a Nap-gömb külső hasonlósági pontja. A főköröket kimetsző síkban adódó hasonló derékszögű háromszögek alapján

$$\frac{CN}{CH} = \frac{CH + HN}{CH} = 1 + \frac{HN}{CH} = \frac{R_N}{R_H} = \frac{D_N}{D_H},$$

$$CH = HN \cdot \frac{D_H}{D_N - D_H} \approx 377\,400 \text{ km.}$$

Ez valamivel alatta van H és a Föld felületének hozzá legközelebbi F^* pontja közti $FH - R_F \approx 378\,900$ km távolságnak, megegyezésben azzal, hogy a közlések szerint az ez időben lefolyó napfogyatkozás gyűrűs.

III. A Föld megvilágított felületének az NH egyenesen fekvő X pontját abból a Z pontból kiindulva határozzuk meg, ahol a felületet $9^h 45^m$ -kor az FN egyenes metszi. Z -ből a Napot éppen a zenitben látták (a Holddal elfödve), vagyis ott a Nap éppen deleft. Ezért Z földrajzi szélessége egyenlő a Nap pillanatnyi deklinációjával, ami az 1459. feladat szerint $\varphi_Z = +19,923^\circ = 19^\circ 55' 4''$. – Naptárak adatai szerint Budapesten (azaz a 19° keleti hosszúságú délkörön) e napon közép-európai időben $11^h 40^m$ -kor deleft a Nap (napkelte és napnyugta adat középértéke), azaz világidőben $10^h 40^m$ -kor. A kérdéses $9^h 45^m$ ennél $0^h 55^m$ -cel korábban volt, másrészt a deleftés időpontja óránként 15° -kal tolódik nyugatra a hosszúsági körök mentén, ezért Z keleti hosszúsága $(55/60) \cdot 15^\circ$ -kal, azaz $13^\circ 45'$ -cel nagyobb, mint Budapesté: $\lambda_Z = 32^\circ 45'$. Ezek szerint a Z pont Szudánban van, a Nílus folyam Abu Hamed város melletti nagy kanyarulata közelében.

Az X pont helyett egyszerűsítésül azt az X^* pontot tekintjük, ahol az NH egyenes a Föld Z -beli S_3 érintősíkját metszi. Az X^*ZN és $HH'N$ hasonló derékszögű háromszögekből (H' a H vetülete FN -re) közelítőleg

$$\frac{X^*Z}{HH'} = \frac{ZN}{H'N} \approx \frac{ZH + HN}{HN} \approx 1 + \frac{378\,000}{150\,910\,000} \approx 1,0025,$$

$$X^*Z \approx d_H \cdot 1,0025 = 2238 \text{ km.}$$

A csekély növekedés mutatja, hogy kerekítve ugyanennyi X -nek az S_1 fölötti magassága. Most már a $ZFX \triangleleft = \xi$ szögre $\sin \xi = X^*Z/R_F$, $\xi = 20,6^\circ$, így az XZ ív hossza 2290 km, a kérdéses X pont Abu Hamedtől kb. észak felé kb. 2300 km-re van, vagyis az északi szélesség 40° -a körül, Törökországban, Ankara térségében.

Kádas Sándor (Budapest, József A. G.) és
Deák Jenő (Budapest, Kölcsey F. G.) dolgozatából, egyszerűsítésekkel

Megjegyzés. Az X pont helyzete pontosabban is meghatározható. X ugyanis nem pontosan észak felé van Z -től, mert a Földből S_2 által kimetszett főkör csak jún. 21-én és dec. 22-én megy át $\vec{E}$ -n. Az adódik, hogy X a Dardanellák partján levő Canakkale várostól délkeletre van. (A csillagászati folyóiratok $9^h 45^m$ -re jelezték a teljes fogyatkozás Istambulon való átvonulását.)

Kádas Sándor ezt a számítást is elvégezte kizárólag középiskolai ismeretek ügyes alkalmazásával, és ez hozzátartozik a feladat lehetséges teljes megoldásához. A Föld forgástengelye és pályasíkja közti $66^\circ 33'$ -es szög, valamint az 1456. feladatból ismert longitudó fölhasználásával, téglatest testátlójaként kiszámította az $\vec{E}X$ távolságot, ebből az $\vec{E}FX$ szöget, X földrajzi szélességének pótszögét. – Ez a számítás is elvezet arra a képletre, amely két földfelületi pont gömbi szögtávolságának, ϑ -nak, földrajzi koordinátáikból (φ_1 és λ_1 , ill. φ_2 , és λ_2) való meghatározására

$$\cos \vartheta = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)$$

alakban használatos, mint a gömbháromszögtan ún. oldal–koszinusz–tételének speciális alakja: – Végül hasonlóan számította ki X és Z földrajzi hosszúságkülönbségét.