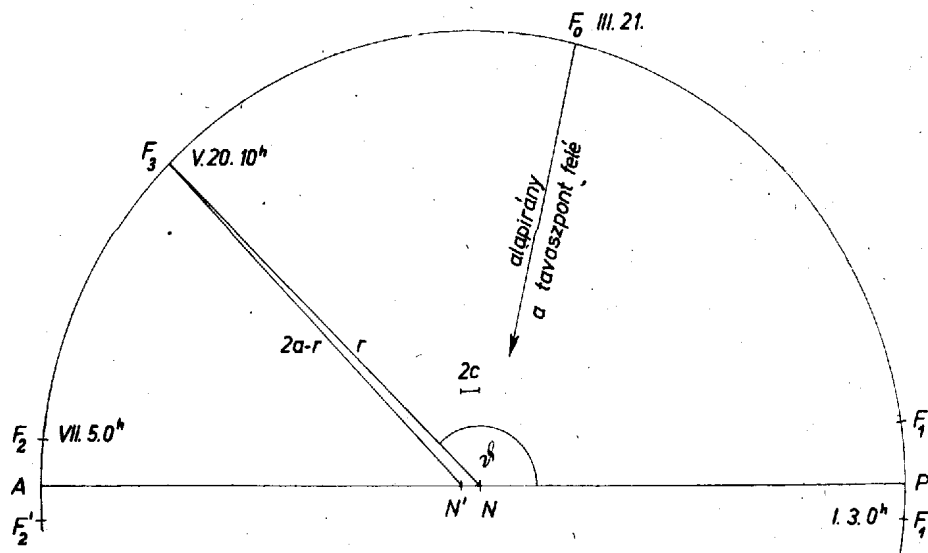


Az adatokból megállapíthatjuk egyrészt az ellipszis nagytengelyének hosszát és fókuszainak távolságát, mert – mint majd megmutatjuk – a leghosszabb és a legrövidebb vezérsugár éppen a nagytengely két végpontjához tartozik, másrészt – a koordinátákból – a Föld szóban forgó három időpontbeli helyzetéhez a Naptól húzott vezérsugarak közti szögeket. Ezek a szögek ugyanis rendre csúcsszögei azoknak a szögeknek, amelyeket a Föld ezen helyzeteiből a Nap felé mutató irányok egymással bezárnak.


$$\begin{aligned}
N'F_3^2 &= (2a - r)^2 = 4c^2 + r^2 + 4cr \cos \vartheta, \\
(1) \quad r &= \frac{a^2 - c^2}{a + c \cos \vartheta} = \frac{(a - c)(a + c)}{a + c(1 - 2 \sin^2 \vartheta/2)} = \frac{NP \cdot NA}{NA - (NA - NP) \sin^2 \vartheta/2}.
\end{aligned}$$

ϑ -ra a hosszúsági adatokból csak közelítő értékeket kapunk, emiatt a szögmásodperceket mindjárt figyelmen kívül hagyjuk; számításba vételüket függvénytáblázatunk négyjegyű volta is fölöslegessé teszi. A $PNF_3 \triangleleft$ helyett a nagyobb $F_1NF_3 \triangleleft$ -et véve $(360^\circ + 58^\circ 56') - 282^\circ 10' = 136^\circ 46'$ felső korlát adódik², ha pedig az ANF_3 kiegészítő szög helyett a kisebb $F_2NF_3 = 102^\circ 32' - 58^\circ 56' = 43^\circ 36'$ szöget vonjuk ki 180° -ból, akkor $136^\circ 24'$, és ez is felső korlát; a kettőt egybevetve $\vartheta \leq 136^\circ 24'$ (az ábrán F_1 , P , F'_1 , valamint F_2 , A , F'_2 kölcsönös helyzete torzított).

Most már (1) nevezőjének legnagyobb értéke (az alsó korlátból), millió km egységben

¹Lásd az 1459. feladatban; pontosabban 9^h 42^m 44^s-kor. K. M. L. 34 (1967) 212. o.

² Ugyanis F_1 és F_3 között a Föld átlépi pályájának azt a pontját, amelyből nézve a Nap longitúdóját 0° -nak vesszük: márc. 21-én, amikor a földi (és égi) egyenlítő síkja áttolódik a Napon.

és legkisebb értéke hasonlóan 147,692. Ezek szerint ϑ közelítő megadása ellenére r számítható 5 értékes számjegyre: $151,28 < r < 151,30$.

Kádas Sándor (Budapest, József A. Gimn.)
Zöldy Béla (Budapest, I. István Gimn.)

Megjegyzések. 1. Az ANF_3 kiegészítő szögből számított $\vartheta \leq 136^\circ 24'$ felső korlátra vezet annak figyelembevétele is, hogy a Föld a pálya PF_3A fél-ívét fél év, vagyis 182 nap 15 óra alatt teszi meg. Július 5-én 0^h -ig, ami A elérésének legkorábbi lehetséges időpontja, az évből 185 nap telik el, ezért P elérésének legkorábbi lehetséges időpontjáig 2 nap 9 óra telik el, vagyis P -n jan. 3-án 9^h -kor haladhat át legkorábban a Föld. E 9 óra alatti elfordulás kb. $0^\circ 22'$, így P longitudója legalább $282^\circ 32'$, $\vartheta \leq (360^\circ + 58^\circ 56') - 282^\circ 32' = 136^\circ 24'$.

Csirmaz László (Budapest, I. István Gimn.)

2. Felhasználva az ellipszis ún. p paraméterét, vagyis a fókuszon átmenő és a nagytengelyre merőleges húr hosszának felét, ami

$$|y| = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \text{-ből } |x| = c \text{ helyettesítéssel } p = \frac{b^2}{a},$$

valamint a $c/a = e$ ún. *numerikus excentricitást*, (1) így alakítható:

$$r = \frac{b^2}{a + c \cos \vartheta} = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}.$$

Ez az ellipszis egyenlete abban a polárkoordináta-rendszerben, melynek pólusa az egyik fókusz, tengelye pedig az a félegyenes, mely innen a nagytengely közelebbi végpontjába irányul. (Ha a polártengely a nagytengely távolabbi végpontjába irányul, akkor a nevező természetesen $1 - e \cos \vartheta$.)

3. Az adatok szerint $a = 149,504 \cdot 10^6$ km; $b^2 = a^2 - c^2 = NA \cdot NP$ alapján $b = 149,483 \cdot 10^6$ km, (a -nál annak kb. 7000-edrészével kisebb), ezekből az ellipszis területe $ab\pi = 7,02093 \cdot 10^{16}$ km². Kepler II. törvénye alapján a vezérsugár által 1 nap alatt súrolt terület $t = ab\pi/365,25 = 1,9222 \cdot 10^{14}$ km². A jan. 3-i pályáivnek N -beli, ívmértékben vett látószögét α -val jelölve az $NP^2 \cdot \alpha/2 = t$ egyenletből, fokra átszámítva $\alpha = 1^\circ 1' 10''$, és hasonlóan júl. 5-én $2t/NA^2 = 0^\circ 57' 12''$ a vezérsugár elfordulása (máj. 20-án $57' 45''$, lásd 1459. feladat).