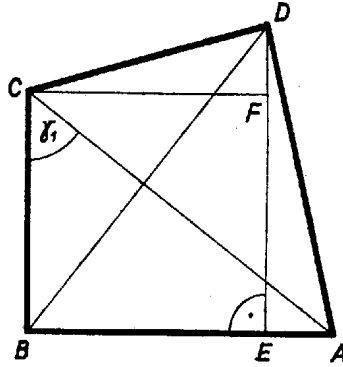


**I. megoldás.** Számoljunk hektométer (= 100 m) egységekben és válasszuk a betűzést úgy, hogy  $AB = 5$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $BC = 3,5$ ,  $\angle BCD = 105^\circ$  és  $CD = 4$  legyen. Legyen  $D$  vetülete  $AB$ -n  $E$ , és  $C$  vetülete  $DE$ -n  $F$ . Ekkor a  $CDF$  derékszögű háromszögben  $\angle FCD = 15^\circ$ , és így

$$\begin{aligned} BE = CF &= 4 \cos 15^\circ = 4 \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{8 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \\ &= \sqrt{2(3 + 2\sqrt{3} + 1)} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{6} + \sqrt{2} (\approx 3,86). \end{aligned}$$



Hasonlóan, majd kivonással és összeadással

$$\begin{aligned} FD &= 4 \sin 15^\circ = 4 \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{2(3 - 2\sqrt{3} + 1)} = \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{2} (\approx 1,04). \\ AE &= AB - BE = 5 - \sqrt{6} - \sqrt{2}, \\ DE &= 3,5 + \sqrt{6} - \sqrt{2} \quad \text{és ezekből} \\ AD^2 &= 53,25 - 3\sqrt{6} - 17\sqrt{2} = 53,25 - \sqrt{54} - \sqrt{578} \approx \\ &\approx 53,25 - 7,348 - 24,042 = 21,860, \\ AD &\approx 4,676. \end{aligned}$$

A terület, mint az  $ABD$  és  $BCD$  háromszögek területének összege:

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{2}(AB \cdot DE + BC \cdot CF) = \frac{1}{2}(17,5 + 5\sqrt{6} - 5\sqrt{2} + 3,5\sqrt{6} + 3,5\sqrt{2}) = \\ &= \frac{1}{4}(35 + 17\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) = \\ &= \frac{1}{4}(35 + \sqrt{1734} - \sqrt{18}) \approx \frac{1}{4}(35 + 41,64 - 4,24) = 18,10 \text{ hektár.} \end{aligned}$$

Baróthy Béla (Pannonhalma, Bencés g. III. o. t.)

*Megjegyzés.*  $15^\circ$  függvényeit a  $45^\circ - 30^\circ$  vagy  $60^\circ - 45^\circ$  alakból az addíció-tételek alapján is megkaphatjuk; ezeket a következő megoldásban is felhasználjuk:

$$\sin 105^\circ = \cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{2},$$

$$\cos 105^\circ = -\sin 15^\circ = -\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}.$$

**II. megoldás.** Az  $ABC$  derékszögű háromszögből,  $\angle BCA = \gamma_1$  jelöléssel

$$AC = \frac{1}{2} \sqrt{10^2 + 7^2} = \frac{\sqrt{149}}{2}, \quad \sin \gamma_1 = \frac{10}{\sqrt{149}}, \quad \cos \gamma_1 = \frac{7}{\sqrt{149}}.$$

Ezekből, az addíció tételeket, majd az  $ACD$  háromszög  $AD$  oldalára a koszinusz-tételt alkalmazva

$$\begin{aligned}\cos ACD \sphericalangle &= \cos(105^\circ - \gamma_1) = \frac{1}{2\sqrt{298}} [10(\sqrt{3} + 1) - 7(\sqrt{3} - 1)] = \\ &= \frac{17 + 3\sqrt{3}}{2\sqrt{298}},\end{aligned}$$

$$\sin ACD \sphericalangle = \frac{1}{2\sqrt{298}} [7(\sqrt{3} + 1) + 10(\sqrt{3} - 1)] = \frac{17\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{298}};$$

$$AD^2 = CA^2 + CD^2 - 2CD \cdot CA \cdot \cos ACD \sphericalangle =$$

$$= 37,25 + 16 - 4\sqrt{149} \cdot \frac{17 + 3\sqrt{3}}{2\sqrt{298}} = 53,25 - 17\sqrt{2} - 3\sqrt{6},$$

amint fent is kaptuk. Továbbá a négyszög  $ABCD$  és  $ACD$  részháromszögeiből

$$\begin{aligned}t &= \frac{1}{2}(AB \cdot BC + AC \cdot CD \sin ACD \sphericalangle) = \\ &= \frac{1}{2} \left( 17,5 + \sqrt{149} \cdot 4 \cdot \frac{17\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{298}} \right) = \frac{1}{2}(17,5 + 17\sqrt{6} - 3\sqrt{2}).\end{aligned}$$

*Halek Tibor* (Budapest, Berzsenyi D. g. III. o. t.)