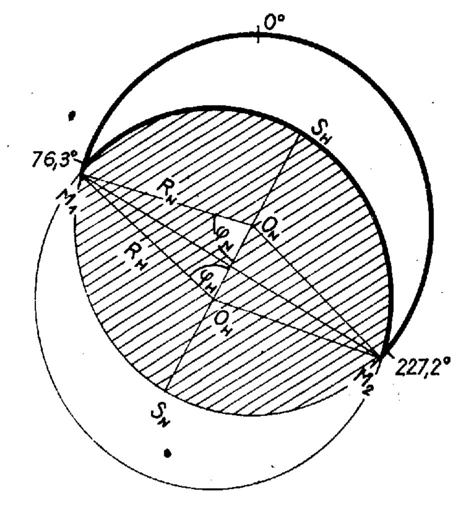
A Napot és a Holdat ábrázoló körök közös részének területét kell kiszámítanunk a két sugár és középpontjaik távolsága ismeretében. Ugyanis a sugarak arányosnak vehetők az adott látószögekkel, mert 1) a fényképen a kör sugara arányos a látószög felének tangensével, 2) minden hegyesszög ívmértéke a szinusza és a tangense közé esik, 3) az adott szögek szinusza és tangense 4 tizedesre kerekítve egyenlő, tehát ugyanez áll ívmértékükre is; másrészt a két kör középpontját O_N, O_H, a sugarakat R_N, R_H, az O_NO_H szimmetriatengelynek a közös részbe eső szakaszát határoló metszéspontokat S_N, S_H és a legnagyobb fázis arányszámát f betűvel jelölve

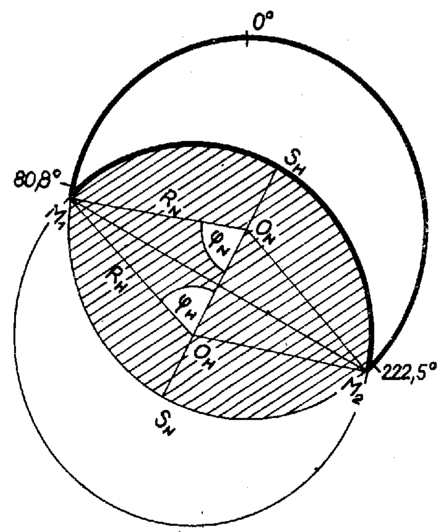
$$S_NS_H = f\cdot 2R_N = S_NO_N - O_HO_N + O_HS_H = R_N + R_H - O_NO_H,$$

tehát a középpontok távolsága az adatokból valóban kiszámítható:

$$O_NO_H = R_H - (2f-1)R_N.$$



Battonya, f=0,766



Sopron, f = 0,678

A közös részt a körök M_1M_2 közös húrja két körszeletre vágja szét. A közös húrhoz tartozó középponti szög mindegyik körben 2-szer akkora, mint az $O_NO_HM_1$ háromszög megfelelő φ_N, ill. φ_H szöge. Ezekkel a közös rész területe, a szöget ívmértékben értve:

$$t = \frac{R_N^2}{2}(2\varphi_N - \sin 2\varphi_N) + \frac{R_H^2}{2}(2\varphi_H - \sin 2\varphi_H),$$

és a szögeket a koszinusz-tétel alapján számíthatjuk ki:

$$\cos\varphi_N = \frac{R_N^2 + (O_NO_H - R_H)(O_NO_H + R_H)}{2R_N\cdot O_NO_H} =$$
$$= \frac{R_N - (2f-1)\big[2R_H - (2f-1)R_N\big]}{2\cdot O_NO_H} = \frac{\big[f^2 + (1-f)^2\big]R_N - (2f-1)R_H}{O_NO_H},$$

és hasonlóan

$$\cos\varphi_H = \frac{1}{R_H\cdot O_NO_H}\big[R_H^2 - (2f-1)R_HR_N - 2f(1-f)R_N^2\big].$$

A keresett arányszám:

$$k = \frac{t}{\pi R_N^2} = \frac{1}{2\pi}\left[(2\varphi_N - \sin 2\varphi_N) + \left(\frac{R_H}{R_N}\right)^2\cdot 2\varphi_H - \sin 2\varphi_H)\right].$$

A látószög szögmásodpercben vett mértékszáma a Napra 1899, a Holdra 1866, mindjárt ezeket tekintjük R_N, ill. R_H alkalmas mértékegységben vett mértékszámának. Ekkor O_NO_H hossza Battonya esetében 855,7 egység, Sopron esetében 1190 egység[1], továbbá $R_H/R_N)^2 = 0{,}9655$.

[1] 4 számjegyet írtunk ki, bár az adott f-értékekben csak 3 értékes számjegy van, és ezért a belőlük számított mértékszámokban sem lehet 3-nál több helyes számjegy; korai kerekítés esetén azonban a hibák halmozódhatnának.

Battonya esetében $f=0{,}766$, $1-f=0{,}234$, $2f-1=0{,}532$, így a fenti szögek, valamint $x-\sin x$ értéke a 2-szeres szögekre

$$\cos\varphi_N=\frac{(0{,}5868+0{,}0548)\,1899-0{,}532\cdot 1866}{855{,}7}=\frac{1219-993}{855{,}7},$$
$$\varphi_N=74{,}69^\circ=1{,}304,\quad 2\varphi_N-\sin 2\varphi_N=2{,}608-0{,}509=2{,}099,$$

hasonlóan

$$\varphi_H=79{,}02^\circ=1{,}379,\quad 2\varphi_H-\sin 2\varphi_H=2{,}384,$$

és így az arányszám[2]

$$k=\frac{2{,}099+0{,}9655\cdot 2{,}384}{6{,}283}=0{,}70.$$

Sopron esetében a $\varphi_N=70{,}06^\circ$ és $\varphi_H=73{,}10^\circ$ részeredményekből $k=0{,}59$.

Szeredi Péter (Budapest, Rákóczi F. Gimn., III. o. t.)
Kádas Sándor (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)

[2] 2 értékes számjegyre kerekítve.