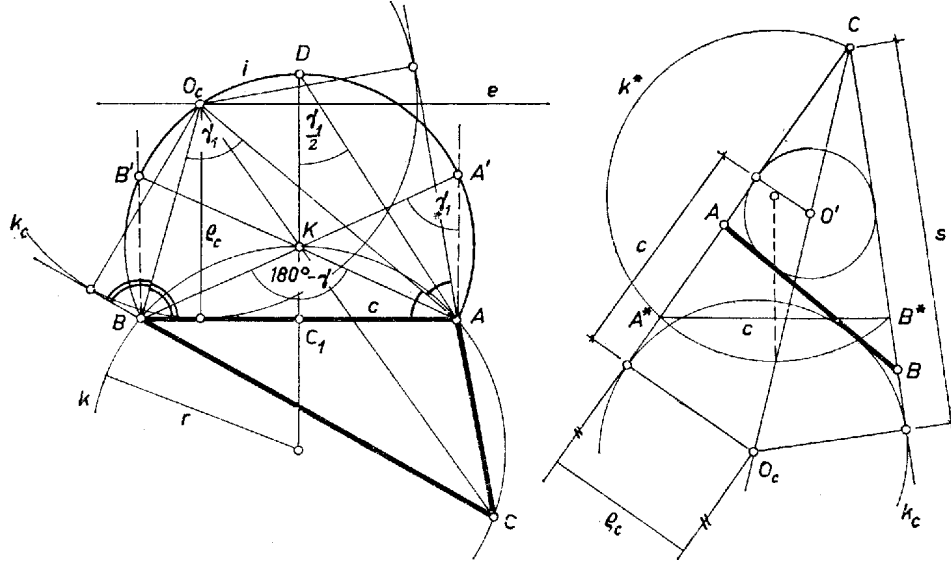


I. megoldás. Használjuk a háromszögben szokásos jelöléseket, legyen továbbá a k körülírt kör sugara r , az adott $AB = c$ oldalhoz hozzáírt k_c kör sugara ϱ_c . E kör O_c középpontja AB -től ϱ_c távolságra van, és az ABO_c háromszögből

$$\begin{aligned} \angle AOCB &= 180^\circ - \angle O_cAB - \angle O_cBA = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha + \\ &+ 180^\circ - \beta) = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{180^\circ - \gamma}{2} = \gamma_1, \end{aligned}$$

mert AO_c , BO_c felezi az A -nál, ill. B -nél levő külső szöget.



Ezekből a következő szerkesztés adódik. k -ba tetszés szerint beillesztjük a c húrt, AB egyik oldalán vele párhuzamosan ϱ_c távolságban e egyenest húzunk, továbbá ugyanezen oldalán megszerkesztjük az AB szakasz γ_1 nyílású i látószögmögörívét, ahol γ_1 fele akkora, mint az AB szakasz látószöge k -nak arról az ívéről, amely AB -nek ugyanazon partján van, mint e . Az e és i közös O_c pontja körül megrajzoljuk k_c -t, és az ehhez A -ból és B -ből húzott második érintők közös pontja C .

Csak azt kell bizonyítanunk, hogy ez a két érintő k -n metszi egymást. Valóban, az AC , BC érintő az AB egyenes képe AO_c -re, ill. BO_c -re, így

$$\begin{aligned} \angle ACB &= 180^\circ - \angle CAB - \angle CBA = 180^\circ - (180^\circ - 2 \cdot \angle O_cAB) - \\ &- (180^\circ - 2 \cdot \angle O_cBA) = 2(\angle O_cAB + \angle O_cBA) - 180^\circ = \\ &= 2(180^\circ - \gamma_1) - 180^\circ = \gamma, \end{aligned}$$

és AB -nek γ nyílásszögű látóköri íve éppen a k -nak az az íve, amely az AB egyenesnek O_c -t nem tartalmazó partján van.

A megoldhatóság feltételei: c beilleszthető legyen k -ba: $c \leq 2r$, továbbá O_c létrejöjjön – vagyis i magassága ne legyen kisebb ϱ_c -nél, – és pedig i -nek azon az $A'B'$ rész-ívén, amely az AB -re A -ban és B -ben emelt merőlegesek között van, hiszen k_c érintési pontjának A és B között kell lennie. Az utóbbi feltétel így írható

$$(C_1D) \quad \frac{c}{2} \cotg \frac{\gamma_1}{2} \geq \varrho_c > c \cotg \gamma_1 = c \tg \frac{\gamma}{2} \quad (= AA').$$

Az utóbbi feltétel szélső oldalainak c -vel és r -rel való kifejezése bonyolult, mert γ -ra $\sin \gamma = c/2r$ -ből két egymást 180° -ra kiegészítő megoldást kapunk, a megfelelő γ_1 -ek pedig pótszögek.

e -t és i -t $c < 2r$ esetén az AB egyenes két oldalán szerkeszthetjük, így a megoldások száma legfeljebb 2; ugyanis e -nek és i -nek AB ugyanazon oldalán adódó 2 metszéspontja nem ad lényegesen különböző megoldásokat, hiszen egymás tükörképei AB felező merőlegesére.

Az i ív K középpontja k ugyanazon parton levő AB ívének felezőpontja, mert $\angle AKB = 2\gamma_1 = 180^\circ - \gamma$; ez megkönnyíti i szerkesztését. Könnyű belátni, hogy C -t az O_cK egyenessel is kimetszhetjük k -ból.

Bajna Zsolt (Esztergom, Bottyán J. műszerip. techn. IV. o. t.)

II. megoldás. Láttuk az I. megoldásban, hogy c és r meghatározzák γ -t, ennél fogva a háromszög s fél-kerületét is, hiszen k_c az ACB szög szárait C -től s távolságban érinti. Így pedig ismertté válik a beírt k' kör érintési pontjának (ugyancsak CA -n és CB -n) C -től való távolsága is, ez ugyanis $s - c$.

Ennek alapján a szerkesztés: egy r sugarú k^* körbe beillesztjük az $A^*B^* = c$ húrt, végpontjain át a kör egy további C pontjából felegyenéseket húzva, ezek szöge γ (egyik értéke). Megszerkesztjük az A^*CB^* szög szárait érintő, ϱ_c sugarú

k_c kört, érintési pontjaiból C felé fölmérjük c -t, a végpontokban a száracat érintő kör lesz k' , végül vesszük k_c és k' egyik közös érintőjét, messe ez γ szarait A -ban, ill. B -ben, ekkor ABC egy megfelelő háromszög.

A szerkesztés helyességének bizonyítását, valamint a diszkussziót – hely hiányában – az olvasóra hagyjuk.

A *kitűző* megoldása

Megjegyzés. s és $2s$ ismeretében $a + b$ is ismert, így visszajutunk a háromszögnek a γ , c , $a + b$ adatokból való megszerkesztésére, ami ismert feladat.

Kiss Árpád (Budapest, Bláthy O. techn. IV. o. t.)