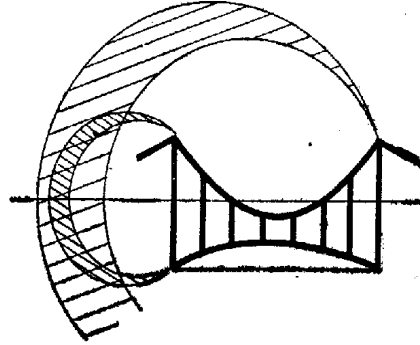
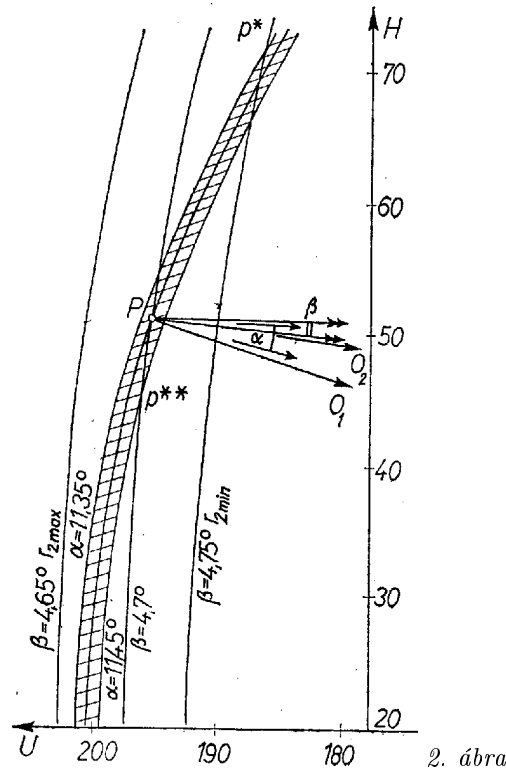


Induljunk ki a versenyfeladatnak az idézett helyen közölt II. megoldásából, a híd két kapuzatának a megfigyelő álláspontján áthaladó $11,4^\circ$, ill. $4,7^\circ$ nyílásszögű látókörvéből. A látószögek megengedett értékingadozása miatt minden egyes az (1)-nek eleget tevő értékhez szóba jön egy körív. Ez kissé eltér a felhasznált ívtől, mert a szöget pl. növelve, a körív középpontja közeledik a kapuzathoz, és a sugár csökken. Elég venni a legnagyobb és a legkisebb látószögértékhez tartozó ívet, ezek egy kifli alakú, körgyűrű-szerű, két csúcshoz tartozó idomot határoznak (1. ábra), a csúcsok a kapuzatot jelképező szakasz végpontjai, minden közé eső szögértékhez tartozó látószög-körív az idom belsejében halad és a két csúcshoz végződik.



1. ábra

Az eredeti megoldás két körívének P közös pontja, a megfigyelő álláspontja helyére a két kifli-idom közös pontjai lépnek, mert minden közös ponton áthalad egy α -ív és egy β -ív. A közös pontok várhatóan ugyancsak egy idomot töltenek ki, melynek pontjai különböző magasságban lesznek az O_1O_2 szint fölött, ezért kézenfekvő a versenyfeladat kérdését így módosítani: mekkora a megfigyelő legnagyobb és legkisebb lehetséges magassága a kapuzatok talppontján átmenő vízszintes sík fölött?



Tájékozódás céljára készítsünk mérethű ábrát a II. megoldás PO_1O_2 háromszögéről a $t_1 = 99,2$ m, $r_1 = 101,2$ m, $t_2 = 243,2$ m, $r_2 = 244,1$ m részeredmények, valamint a $d = 290$ m adat alapján (2. ábra²), majd számítsuk ki a

¹ A versenyfeladat megoldását lásd K. M. L. 31 (1965. nov.) 104. o. Az új kérdés megoldásának megértéséhez szükséges az ottani megoldás elolvasása.

² A bemutatott ábrarész méretaránya 1 : 600. A teljes PO_1O_2 háromszög 1 : 1000 arányú kicsinyítésben egy 50×10 cm méretű lapot igényel. A szokásos méretű körző már kicsi a nagyobb ív megrajzolásához; ez az ív rajzolható úgy, hogy egy 25 cm hosszú rajzlap-csíkban $r_2/1000$ távolságban két lyukat fúrunk egy az O_2 -be leszúrandó gombostű és ceruzánk hegye számára.

kifli-idomokat határoló körívek középpontjának a kapuzathoz viszonyított helyzetét és sugarát, és rajzoljuk föl ezeket az íveket is.

$$\begin{array}{lll} \alpha_{\min} = 11,35^\circ\text{-ből} & t_{1\max} = 99,7 \text{ m}, & r_{1\max} = 101,7 \text{ m}; \\ \alpha_{\max} = 11,45^\circ\text{-ből} & t_{1\min} = 98,7 \text{ m}, & r_{1\min} = 100,7 \text{ m}; \\ \beta_{\min} = 4,65^\circ \text{ből} & t_{2\max} = 245,9 \text{ m}, & r_{2\max} = 246,8 \text{ m}; \\ \beta_{\max} = 4,75^\circ\text{-ből} & t_{2\min} = 240,6 \text{ m}, & r_{2\min} = 241,5 \text{ m}. \end{array}$$

(Annak nincs jelentősége, hogy β nem veheti föl e két értéket, mert ennek ellenére tetszés szerint közel állhat hozzájuk; egyébként a hosszúságok maximális adatait fölfelé, a minimálisokat lefelé kerekítettük.)

A kiegészített ábra szerint a kifli-idomok közös részének legmagasabb pontjára, P^* -ra nézve, $h_{\max} \approx 73$ méter, és (a szimmetriát tekintetbe véve) $h = -73$ m és $h = 73$ m között minden magasságban van közös pont. Valóban, a köríveknek az O_1O_2 egyenesen levő, a közelebbi kapuzattól legtávolabbi pontjának távolsága $u = t_1 + r_1$, $u = t_2 + r_2 - d$, a fenti adatokból 201,4 m és 199,4 m, ill. 202,7 m és 192,1 m, tehát az α -hoz tartozó kifli-idom nem metszi a β -hoz tartozó idom külső határvonalát. A P^* pontra nézve a versenyfeladatbeli számításokat az $\alpha_{\min}$, $\beta_{\max}$ látószög-párral megismételve mindkét megoldás eljárása szerint $h \approx 73$ m adódik.

Megjegyzések. 1. Eredményünk azt mutatja, hogy a β meghatározásában megengedett bizonytalanság az egész eljárást használhatatlanná tenné. (Ámde $0,05^\circ = 3'$ sokkal nagyobb hiba a szokásos teodolitokkal elérhető $10 - 20''$, sőt $1''$ alatti pontosságnál!)

Ábránkból azt is látjuk, hogy ha a $\beta = 4,7^\circ$ adatra azt tennők fel, hogy $0,1^\circ$ -ra lefelé kerekítéssel adódott, akkor már csak a $45 < h < 73$ magasságértékek jöhetnének szóba az észlelő álláspontjára nézve, hiszen így a β -val adódó kifli-idom külső határvonala P^{**} -ban metszené az α -idom belső határvonalát.

A pontatlanság a látószög csökkenésével rohamosan csökken; ugyanis az α -idom szélessége P környezetében még csak 2 méter körüli érték, a β -idomé pedig már 10 m körüli, és az utóbbi módosítás esetén is 5 m körüli érték. A pontatlanság növekedésének oka az ívek lapos metsződése is. A közös rész legnagyobb mérete még az utóbbi esetben is közel 30 méter.

2. A dolgozatok nagy többsége a versenyfeladat I. megoldásában az észlelő álláspontjának u , h koordinátáira kapott képletekből próbálta kiolvasni u és közvetve h változását α és β változásának hatására. A vizsgálatok – bár többnyire lényegében helyes korlátokat adnak –, a két változó miatt meglehetősen bonyolultak, és több, a középiskolai tananyagot meghaladó ismeretet használnak föl. És szinte minden dolgozat figyelmen kívül hagyta vagy egészen háttérbe szorította a feladat geometriai tartalmát.

3. Néhány dolgozat hibásnak minősítette (1)-et, mert $\beta = 4,65^\circ$ esetén nincs megoldás. A $\beta = 4,7^\circ$ adatot kerekítettnek véve egyáltalán nem azt állítjuk, hogy β végigfut az (1) intervallumon, hiszen az észlelés helyén β egyetlen határozott érték. Csak ennyit állítunk: a felhasznált eszközök és módszer miatt a $4,7^\circ$ adat pontatlan lehet, de hibája sem fölfelé, sem lefelé nem haladja meg a $0,5^\circ$ -ot.