

A koszinusz-tétel fölhasználásával az ABC és ACD háromszögből, majd 4 tizedesre kerekítve:

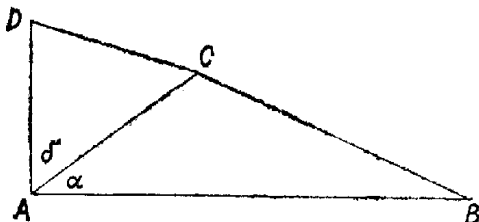
$$\cos BAC \triangleleft = \cos \alpha = 61/72 = 0,8472,$$

$$\cos CAD \triangleleft = \cos \delta = 17/32 = 0,5312,$$

amiből a szögek interpolált részét közönséges törttel kifejezve, fokban

$$\alpha + \delta = 32,0 + \frac{8}{90} + 57,9 + \frac{2}{150} = 89,9 + \frac{46}{450} = 90^\circ + 8'',$$

ami Pál állítása mellett szól.



Viszont a lg cos táblázatot használva

$$\log \cos \alpha = 9,9280 - 10,$$

$$\lg \cos \delta = 9,7253 - 10,$$

$$\alpha + \delta = 32,0 + \frac{4}{50} + 57,9 + \frac{1}{120} = 89,9 + \frac{53}{600} = 90^\circ - 42'',$$

eszerint Péternek volna igaza.

Az ellentmondás abból ered, hogy táblázatunk adatai kerekítettek, és a számításba emiatt bejutó hibák itt nagyobbak a 90° és $\alpha + \delta$ közti, láthatóan kicsi abszolút értékű különbségnél.

A vitát eldönthetjük pl. úgy, hogy kiszámítjuk az addíció-tétel alapján $\cos(\alpha + \delta)$ értékét. Ha ez pozitív, akkor Péter állítása helyes, ha negatív, akkor Pálé, ha pedig 0, akkor a kérdéses szög éppen derékszög. Ehhez

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{72^2 - 61^2}/72, \quad \sin \delta = \sqrt{32^2 - 17^2}/32,$$

$$72 \cdot 32 \cos(\alpha + \delta) = 61 \cdot 17 - \sqrt{1463 \cdot 735}.$$

Az első tag négyzete $3721 \cdot 289 = 1\,075\,369$, a kivonandóé $1463 \cdot 735 = 1\,075\,305$, kisebb amannál, $\cos(\alpha + \delta) > 0$, a kérdéses szög hegyesszög.

Bod Judit (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Dönthetünk az addíció-tétel fölhasználása nélkül is az $s = \cos^2 \alpha + \cos^2 \delta$ összeg és 1 nagyságviszonya alapján. Ha $s \geq 1$, akkor $\cos^2 \delta \geq \sin^2 \alpha = \cos^2(90^\circ - \alpha)$, és $\delta \leq 90^\circ - \alpha$, mert pozitív hegyesszögek esetén nagyobb koszinuszértékhez kisebb szög tartozik. Esetünkben $s = (244^2 + 153^2)/288^2 = 82\,945/82\,944 > 1$, $\alpha + \delta$ hegyesszög.

2. Többjegyű táblázat szerint $90^\circ - \alpha - \delta < 3''$.