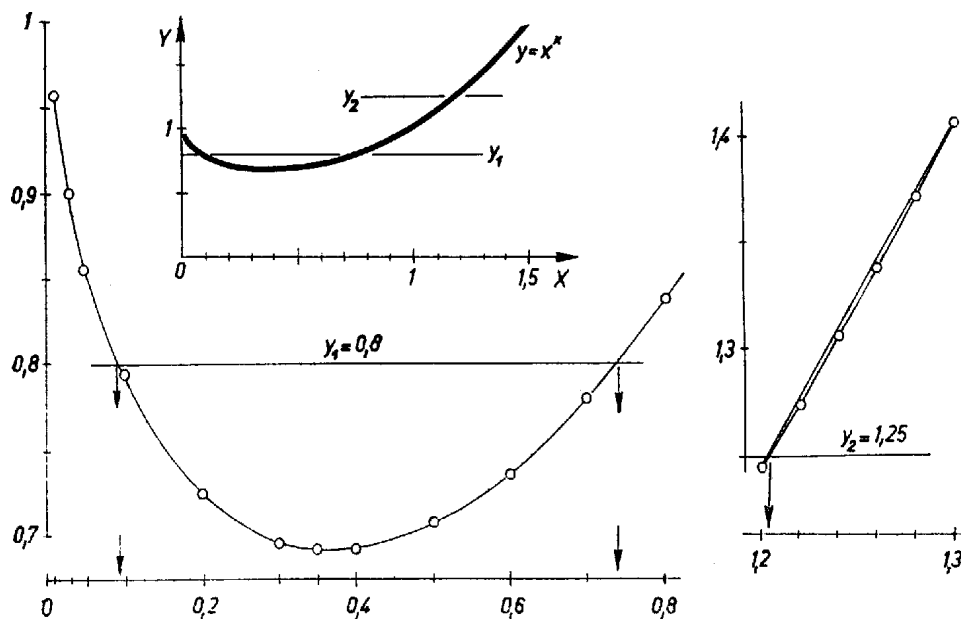


I. x -et megválasztva y -t logaritmussal számítjuk ki, pl. $x = 0,01$ esetén $\lg y = x \lg x = 0,01 \cdot (-2) = -0,02 = 0,9800 - 1$, így $y = 0,955$ (3 tizedes jegy pontosságú közelítő érték). Az ábrázoláshoz a következő értékpárokat használtuk fel:

x	y	x	y	x	y
0,01	0,955	0,35	0,693	0,9	0,909
0,03	0,900	0,4	0,693	1	1
0,05	0,861	0,5	0,707	1,1	1,110
0,1	0,794	0,6	0,736	1,2	1,245
0,2	0,725	0,7	0,779	1,3	1,406
0,3	0,697	0,8	0,837	1,4	1,602
				1,5	1,837

Az értékpárokat ábrázoló pontokat egy rájuk illeszkedő sima görbével összeköttöttük és ezt fogadtuk el függvényünk grafikonjának. A grafikon $x = 0,01$ -től kb. $x = 0,35$ -ig süllyed, eleinte gyorsabban, majd egyre lassabban, majd kb. $0,4$ -től $1,5$ -ig emelkedik, eleinte lassan, majd egyre gyorsabban.



II. Az adott egyenlet az $y = x^x$ ismeretlenre nézve másodfokú egyenlet:

$$y^2 - 2,05y + 1 = 0,$$

amiből $y_1 = 0,8$, $y_2 = 1,25$.

Az $x^x = 0,8$ egyenlet közelítő megoldására felhasználhatjuk grafikonunkat. Az $y_1 = 0,8$ egyenes két pontban metszi a görbét: az első pont abszcisszája $x = 0,05$ és $x = 0,1$ közötti szám, jóval közelebb az utóbbihoz, a másodiké $x = 0,7$ és $x = 0,8$ közötti, az előbbihez valamivel közelebb.

Pontosabb közelítő értéket lineáris interpolációval keresünk. A grafikon süllyedése $0,05$ és $0,1$ abszcisszájú pontok között $0,067$, a $0,861$ értéktől $0,8$ -ig pedig $0,061$, az előbbinek kb. $9/10$ része, ezért a két abszcissza közti növekedésnek is $9/10$ részét véve azt várjuk, hogy a keresett gyök közel lesz $x_1 = 0,095$ -höz. Itt y értéke ($\lg y = 0,9029 - 1$ -ből), $0,7997 \approx 0,8$ további finomítás a négyjegyű függvénytáblázattal nem várható.

Hasonlóan a görbe $0,7$ és $0,8$ abszcisszájú pontjai között az emelkedés $0,058$, mi pedig az előbbi ponttól $y = 0,8$ -ig $0,021$ emelkedést keresünk, ami a teljes emelkedésnek közel $4/10$ része (fölfelé kerekítünk, mert a görbe eleinte úgyis lassabban emelkedik), így a metszéspont abszcisszája közelítőleg $x_2 = 0,74$. Ez megfelel, mert $0,74^{0,74} \approx 0,8002$.

Az $y_2 = 1,25$ egyenesnek a grafikonnal való metszéspontjából egy gyököt kapunk, ennek közelítő értéke hasonlóan $x_3 = 1,204$.

Ezek szerint egyenletünknek $0,09$ és $0,10$ között van egy gyöke, $0,74$ körül egy további, végül $1,20$ és $1,21$ között egy harmadik. (Meg lehet mutatni, hogy $x > 1,5$ esetén nincs további gyök.)

Horváth Rozália (Celldömölk, Berzsenyi D. g. I. o. t.)