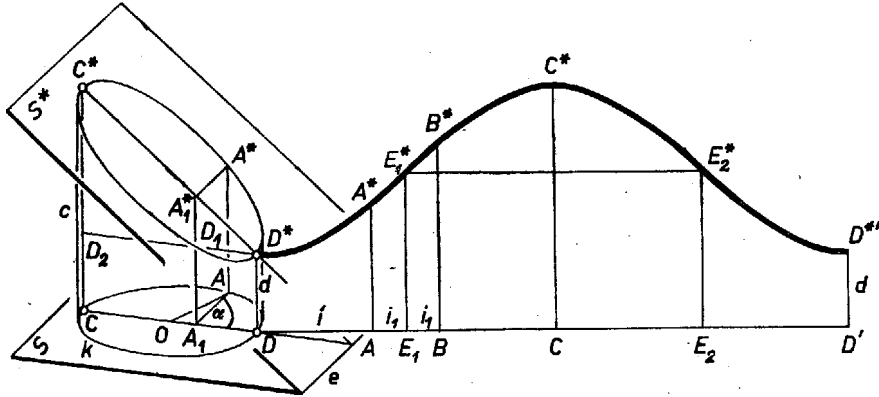


a) Jelöljük a merőleges és ferde metszősíkot S -sel és S^* -gal, (1. ábra), metszévonalukat e -vel, az S -ben levő körmetszetet k -val, középpontját O -val. A leghosszabb és legrövidebb alkotó k -nak az e -től legtávolabbi C és e -hez legközelebbi D pontjában S -re emelt merőlegesnek S^* -ig terjedő CC^* , DD^* szakasza, mert ha a pont az S síkban mozog, ennek a merőleges szakasznak a hossza e -től távolodva nő. CD a k kör e -re merőleges átmérője.



1. ábra

A palástot az előírt módon kiterítve k egy $(2\pi r$ -hosszúságú) DD' egyenesszakasszá kerül ki. Kézenfekvő, és a követelménynek megfelel, ha a tetszés szerinti AA^* alkotót (a kiterített palást DD' -re merőleges metszetét) a DD' -n levő A végpontjának D -től mért i távolságával fejezzük ki. A síkba terítést végezhetjük úgy, hogy ez k D -től pozitív irányban A -ig menő ívének a kiterítésével keletkezzék. Legyen a megfelelő $\angle DOA = \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$). Ekkor $i = r\alpha$.

Legyen A és A^* vetülete a CD , ill. C^*D^* szakaszon A_1 , ill. A_1^* . $A_1, C, D, A_1^*, C^*, D^*$ egy síkban vannak, a CC^*, DD^* párhuzamosok meghatározta síkban, továbbá $A_1A_1^* = AA^*$, mert $AA_1A_1^*A^*$ paralelogramma (téglalap), ugyanis az S síkban $AA_1 \perp CD \perp e$, így $AA_1 \parallel e$, hasonlóan az S^* síkban $A^*A_1^* \perp C^*D^* \perp e$, így $A^*A_1^* \parallel e$, tehát $AA_1 \parallel A^*A_1^*$. Az $AA^*, A_1A_1^*$ oldalak is párhuzamosak, mert merőlegesek S -re, az utóbbi azért, mert az A, A_1, A^* és A_1^* -ot tartalmazó sík metszévonalak a C, C^*, D, D^* -ot tartalmazó sikkal, és ezek merőlegesek S -re, miután tartalmazzák az S -re merőleges AA^* ill. CC^* egyenest.

Messe a D^* -ből CD -vel párhuzamosan húzott egyenes $A_1A_1^*$ -ot D_1 -ben, CC^* -ot D_2 -ben. A $C^*D^*D_2$ és $A_1^*D^*D_1$ hasonló háromszögekből

$$\frac{D_1A_1^*}{D_2C^*} = \frac{D^*D_1}{D^*D_2} = \frac{r - OA_1}{2r} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}.$$

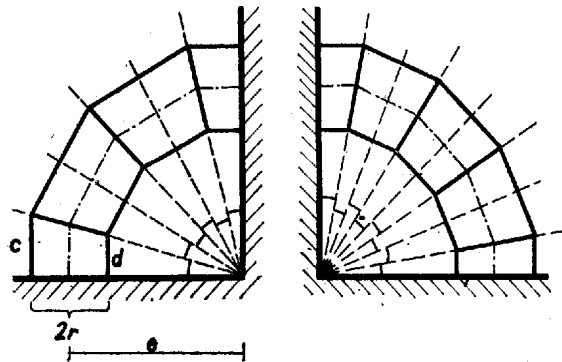
(Eredményünk akkor is helyes, ha $D^*D_1 > r$), másrészt

$$\frac{D_1A_1^*}{D_2C^*} = \frac{A_1A_1^* - d}{c - d} = \frac{AA^* - d}{c - d}.$$

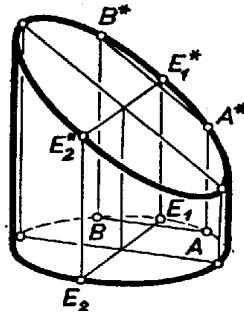
Innen a keresett összefüggés, α -t i -vel fejezve ki

$$AA^* = \frac{c - d}{2} \left(1 - \cos \frac{i}{r} \right) + d = \frac{c + d}{2} - \frac{c - d}{2} \cos \frac{i}{r} \quad (0 \leq i \leq 2\pi r).$$

Eszerint a palást görbe határvonalaként a $z = \cos i$ függvény képéből áll elő úgy, hogy ezt az i -tengely irányában r -szeresére, a z -tengely irányában $-(c - d)/2$ -szeresére nyújtjuk (vagyis $(c - d)/2$ -szeresére nyújtjuk és tükrözzük az i -tengelyre), végül a z -tengely irányában $(c + d)/2$ szakasszal eltoljuk.



2. ábra



3. ábra

A hengerpalást felszínének meghatározásához belátjuk a következőt. Legyen E_1E_2 a k kör e -vel párhuzamos átmérője (3. ábra), $E_1E_1^*$, $E_2E_2^*$ a végpontjain átmenő alkotók S^* -ig terjedő szakaszai ($E_1E_1^* = E_2E_2^*$). Ekkor a csődarabot $E_1^*E_2^*$ -on át S -sel párhuzamos síkkal elvágva, és a sík feletti részt $E_1^*E_2^*$ körül 180° -kal elforgatva a csődarabot egyenes körhenger-palásttá lehet átalakítani.

Valóban, ha A és B a k E_1E_2 -re szimmetrikus pontjai, és AA^* , BB^* a rajtuk átmenő alkotószakaszok, akkor A^* és B^* is egymás tükörképei $E_1^*E_2^*$ -ra, tehát összekötő szakaszuk felezőpontja $E_1^*E_2^*$ -on van. Mivel ez az egyenes párhuzamos e -vel, s így az S síkkal is, így $AA^* + BB^* = 2E_1E_1^*$. Így az említett elmetzés és átforgatás után valóban minden alkotószakasz egyenlő hosszúvá válik. Mivel C és D is E_1E_2 -re szimmetrikus, így a keletkező egyenes körhenger magassága

$$\frac{1}{2}(CC^* + DD^*) = \frac{c+d}{2},$$

és a hengerpalást felszíne $\pi r(c+d)$.

b) A 2. ábra szerinti könyökcsővek 6, ill. 8 olyan egybevágó darabra bonthatók fel, amilyeneknek a felszínét fent számítottuk. A jelölt szögek nagysága $\beta = 90^\circ/6 = 15^\circ$, ill. $\gamma = 11,25^\circ$. A fenti képletben $c+d$ a csődarab trapéz alakú vetülete középvonalának 2-szerese, és az első középvonal e -vel derékszögű háromszöget alkot, tehát a könyökcsővek felszíne:

$$12\pi r e \operatorname{tg}15^\circ \approx 10,1 re, \quad \text{ill.}$$

$$16\pi r e \operatorname{tg}11,25^\circ \approx 10,0 re.$$

Szörényi Miklós (Pécs, Széchenyi I. G.)

Füvesi István (Hódmezővásárhely, Bethlen G. G.)

Megjegyzés. Meghatározható a palást felszíne azon keresztül is, hogy ha a kiterített palástot a DD' határának E_1 első és E_2 harmadik negyedelő pontjában emelt merőlegesek E_1^* , E_2^* végpontjain átmenő egyenessel elmetsszük, az egyenes feletti darabot a CC^* egyenessel kettévágjuk, és a részeket E_1^* , ill. E_2^* körül 180° -kal DE_1 , ill. E_2D' szakasz fölé forgatjuk. Ekkor téglalapot kapunk. Valóban, pl. két az E_1 -re szimmetrikus A és B pontban húzott ordináta összege

$$\begin{aligned} & \frac{c+d}{2} - \frac{c-d}{2} \cos \frac{\pi r/2 - i_1}{r} + \frac{c+d}{2} - \frac{c-d}{2} \cos \frac{\pi r/2 + i_1}{r} = \\ & = (c+d) - \frac{c-d}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{i_1}{r} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{i_1}{r} \right) \right] = c+d. \end{aligned}$$

$$\left(0 \leq i_1 < \frac{\pi r}{2} \right).$$