

a) Eljárást adunk egy adott totóeredményhez a k -találatos tippek előállítására és számuk meghatározására. Először minden lehetséges módon kiválasztunk k mérkőzést a totószelvény 1.–13. sorai közül, ezekre a helyes eredményt írjuk be, majd a többi $13 - k$ helyre minden lehetséges módon a helynek megfelelően a 2 hibás tipp valamelyikét, pl. 1-et vagy 2-t az olyan sorokba, ahol $\times$ hozott volna találatot.

Gondoljuk, hogy a helyes eredménnyel kitöltendő k sor sorszámaikat egy zsákból húzzuk ki, amely külön cédulákon tartalmazza a sorszámokat. Az első, a második, a harmadik kihúzott cédulát rendre 13, 12, ill. 11-féleképpen választ-hatjuk aszerint, hogy még hány cédula van a zsákban, és így tovább, a k -adikat $(14 - k)$ -féleképpen. Az így adódott $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (14 - k)$ -féle összeválogatás azonban nem mind különböző, ugyanazokat a sorszámokat különböző sorrendekben is megkapjuk, ez pedig a tippben nem lényeges.

Gondoljuk, hogy a már kihúzott k cédulát ismét (egy üres) zsákba tesszük, és az onnan történt kihúzás sorrendjében írjuk be a helyes találatokat a tippbe. Az előző megfontolás mintájára adódik, hogy ez $k \cdot (k - 1) \cdot (k - 2) \cdot \dots \cdot 1$ -féleképpen történhet (az utolsó tényező 1), minden különböző k -tagú tipp-rész esetében ennyi a nem lényegesen különböző összeválogatások száma. Így a lényegesen különböző k -tagú seregüttesek keresett száma a két szorzat hányadosa.

Továbbfejlesztve ezeket a tipp-részeket, és figyelembe véve az első hibásan kitöltendő sor 2-féle lehetőségét, a folytatások száma 2-szerese a talált hányadosnak, majd a 2-vel való szorzás mindannyiszor ismétlődik, ahányszor egy további elhibázandó sort veszünk figyelembe. Mindezek szerint a k -találatos szelvények száma

$$(1) \quad T_k = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (14 - k)}{k \cdot (k - 1) \cdot (k - 2) \cdot \dots \cdot 1} \cdot 2^{13-k}.$$

(Úgy beszéltünk, mintha $k > 3$ volna; könnyű belátni azonban, hogy eredményünk a kisebb k értékekre is érvényes.)

b) Hasonlítsuk most össze nagyság szempontjából az egymás utáni T_{k+1} és T_k számokat. Ehhez kiszámításuk nélkül megkaphatjuk hányadosukat, és aszerint áll $T_{k+1} \geq T_k$, hogy a hányados nagyobb 1-nél, vagy kisebb nála.

T_{k+1} számlálója is, nevezője is T_k -éhoz képest 1-gyel több tényezőt tartalmaz, a hatvány viszont 1-gyel kevesebbet. Egyszerűsítéssel

$$(2) \quad \frac{T_{k+1}}{T_k} = \frac{13 - k}{k + 1} \cdot \frac{1}{2}.$$

Mármost

$$\frac{13 - k}{2k + 2} \geq 1, \quad \text{ha} \quad k \leq \frac{11}{3} \quad (\text{és } k + 1 > 0),$$

így $T_0 < T_1 < T_2 < T_3 < T_4 > T_5 > T_6 > \dots > T_{13}$, vagyis a 4-találatos csoportba kerül a legtöbb tipp.

Ujvári István (Budapest, Fazekas M. Gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzések. 1. A (2) eredményt az (1) előállítása nélkül is megkaphatjuk. Képezzük a $k + 1$ találatos tippek T_{k+1} számát a k találatosak T_k számából. Egy kiszemelt hibásan tippelt mérkőzés szempontjából a k találatos tippek $T_k/2$ olyan párba kapcsolhatók, amelyek tagjai csak a kiszemelt mérkőzés tippjében különböznek. Minden ilyen párból a kiszemelt tippet kijavítva egyetlen $k + 1$ -es találatot kapunk. Minden k találatos tippet $13 - k$ hibás helyen lehet javítani, viszont minden $k + 1$ találatos tippet ismételten, $k + 1$ -szer kapunk meg aszerint, hogy melyik találatát kellett ilyen javítással, ezért

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{2} \cdot \frac{13 - k}{k + 1},$$

ami azonos (2)-vel.

Kalmár István (Debrecen, Fazekas M. g. III. o. t.)

2. A totószelvényre 13 helyett $N = 3n + 2$ mérkőzést felvéve az n és $n + 1$ találatos tippek száma egyenlő, és minden más találatszám kevesebb tippben adódik. Más alakú N -ek esetén legtöbb tipp ott van, ahol a találatok száma az $(N + 1)/3$ tört egész része.

Váradi Katalin (Budapest, Ságvári E. gyak. g. I. o. t.)