

A kifejezés első tényezőjét, T_1 -et egy háromtagú kifejezés négyzetének tagokra bontásakor keletkező négyzetes tagoknak tekinthetjük. Így a feltevés felhasználásával

$$\begin{aligned} T_1 &= (xy + xz + yz)^2 - 2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2 = \\ &= (xy + xz + yz)^2 - 2xyz(x + y + z) = (xy + xz + yz)^2. \end{aligned}$$

A T_2 második tényezőből xyz -t kiemelve hasonló felismeréssel és átalakítással

$$\begin{aligned} T_2 &= xyz(x^2 + y^2 + z^2) = xyz[(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)] = \\ &= -2xyz(xy + yz + zx). \end{aligned}$$

A T_3 harmadik tényezőnek és a belőle kiemelhető xyz szorzatnak a hányadosát a feltevés ismételt alkalmazásával így alakíthatjuk:

$$\begin{aligned} x^2(y + z) + y^2(x + z) + z^2(x + y) &= x^2(-x) + y^2(-y) + z^2(-z) = \\ &= -(x^3 + y^3 + z^3) = -\{[(x + y) + z]^3 - 3xy(x + y) - 3(x + y)^2z - 3(x + y)z^2\} = \\ &= -\{-3xy(-z) - 3(-z)^2z - 3(-z)z^2\} = -3xyz. \end{aligned}$$

(A köbök összegét úgy írtuk fel, mint az összeg köbéből és a hiányzó vegyes szorzatok összegéből képezett különbséget, majd $x + y$ helyére mindenütt $-z$ -t írtunk.) Így

$$\begin{aligned} T_3 &= -3x^2y^2z^2 \quad \text{és} \\ K &= T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 = 6x^3y^3z^3(xy + yz + zx)^3 = \left[\sqrt[3]{6xyz(xy + yz + zx)} \right]^3. \end{aligned}$$

Gellért János (Budapest, Radnóti M. gyak. g. II. o. t.)