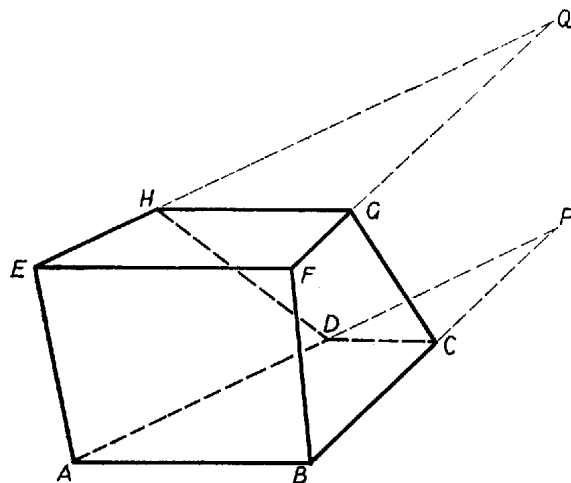


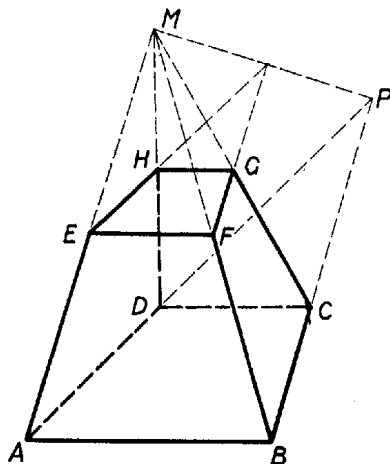
Ha hat trapézból testet akarunk összeállítani, akkor az egyik trapézhoz mindegyik éle mentén egy-egy trapéznak kell illeszkednie. Ez már 5 lap. Ezt egy hatodikkal csak úgy lehet lezárni, ha az első trapéz szomszédos éleihez illeszkedő trapézoknak egymással is van egy közös élük, a szabadon maradó egy-egy élhez pedig a hatodik trapéz csatlakozik. Így a testnek 12 éle és 8 csúcsa van, és minden csúcs három lapnak közös csúcsa. A hatlapú test (hexaéder) élváza (csúcsainak összekötési rendje a méretektől eltekintve) csak az 1. ábra szerinti lehet.



1. ábra

Tegyük fel, hogy a hexaéder megtervezhető, és válasszuk a betűzést úgy, hogy az $ABCD$ trapézlap párhuzamos oldalai AB és CD legyenek, AD és BC nem párhuzamos oldalai a P pontban fussanak össze, amely CD -nek AB -t nem tartalmazó oldalán van. Így $AB > CD$. Továbbá az $ADHE$ trapézlapban az AD és EH élek, a $BCGF$ trapézlapban a BC és FG élek a párhuzamos oldalak, ennél fogva az $EFGH$ trapézlapban EH és FG lesznek a nem-párhuzamos oldalak, meghosszabbítva metszik egymást egy Q pontban.

Eszerint az $ABCD$ és $EFGH$ lapok síkjai párhuzamosak, mert a P -ben, ill. Q -ban összefutó 2-2 egyenesük párhuzamos. Így az AB és EF élek, mint e síkoknak az $ABFE$ lapsíkkal való metszésvonalai, párhuzamosak. A követelmény szerint viszont ez a két él nem lehet párhuzamos, hiszen AB az $ABCD$ trapézban párhuzamos oldal, és ezért az $ABFE$ trapézban nem az. Ezek szerint az első esetben nem lehet megfelelő hexaédert tervezni.



2. ábra

A második esetre viszont már az eddigiek alapján is adhatunk egy megfelelő hexaédert, vagyis meghagyva, hogy az AD és BC élek az őket alkotó 2-2 trapézlap egyikében párhuzamos oldal szerepét játsszák, másikában pedig nem párhuzamos oldal szerepét: vegyünk az $ABCD$ trapéz síkján kívül egy M pontot, kössük össze a trapéz csúcsaival, messzük az így adódó gúlát az MA él egy belső pontján, pl. felezőpontján, E -n átmenő síkkal, és vegyük F , G , H csúcsnak e sík és az MB , MC , MD él metszéspontját (2. ábra). A keletkező csonkagúla oldallapjai szoros értelemben vett trapézok, szárai M -ben futnak össze, ugyanígy az $EFGH$ lap is, mert ez az $ABCD$ trapéz 2 : 1 arányú kicsinyítése, EH és FG szárai az MP szakasz felezőpontjában futnak össze.