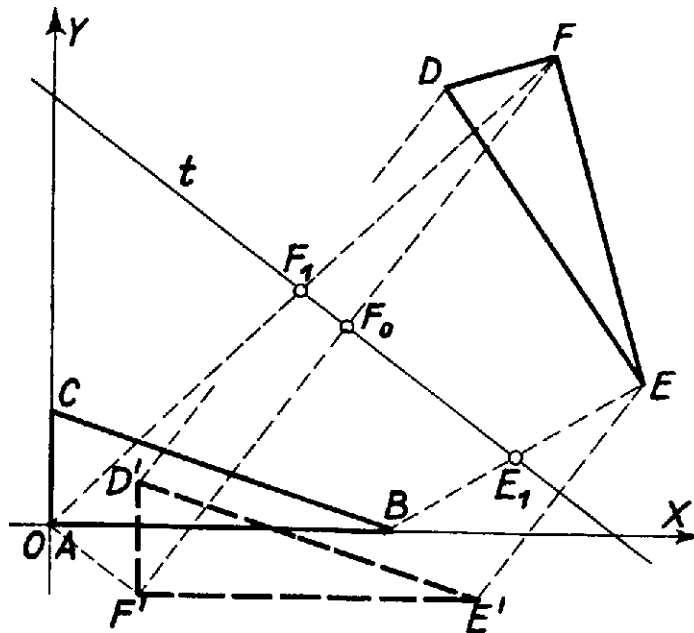


I. megoldás. A két háromszög egybevágó, mert oldalaiuk hossza páronként egyenlő: $AB = EF = 15$, $BC = DE = \sqrt{250}$, $CA = FD = 5$ egység; az első háromszög A, B, C csúcsának a másodikban F, E, D felel meg.

A háromszögek csúcsainak A, B, C , illetőleg F, E, D sorrendben való körüljárása ellentétes irányú, ti. az előbbié az órászámlapon a mutatók körüljárásával ellentétes, az utóbbié megegyező irányú. – Ezek szerint a két háromszög egybevágósági transzformációkkal egymásba vihető, és ezek közt kell tengelyes tükrözésnek szerepelnie, mert a rajzsíkban végzett forgatás és eltolás a körüljárás irányát nem változtatja meg.



1. ábra

Ha van a feladat feltételeinek megfelelő t tengely, legyen az FED háromszögnek erre való tükörképe $F'E'D'$. Így az FF' szakasz F_0 felezőpontja t -n van. Ugyanez áll FA -nak F_1 felezőpontjára is, mert F_0F_1 az $FF'A$ háromszög $F'A$ -val párhuzamos középvonala, $F'A$ pedig, a tükrözés utáni eltolás, párhuzamos t -vel; így F_0 -ból F_1 -be valóban t mentén jutunk el. Eszerint a keresett tengely egyenesét megkapjuk, ha F_1 -et összekötjük egy további csúcspár közötti szakasz felezőpontjával, pl. EB -nek E_1 felezőpontjával.

F_1 koordinátái (11; 10,5), E_1 -éi (20,6; 3,3), ezekből t egyenlete:

$$y - 10,5 = \frac{-7,2}{9,6}(x - 11) = -\frac{3}{4}(x - 11); \quad 3x + 4y - 75 = 0.$$

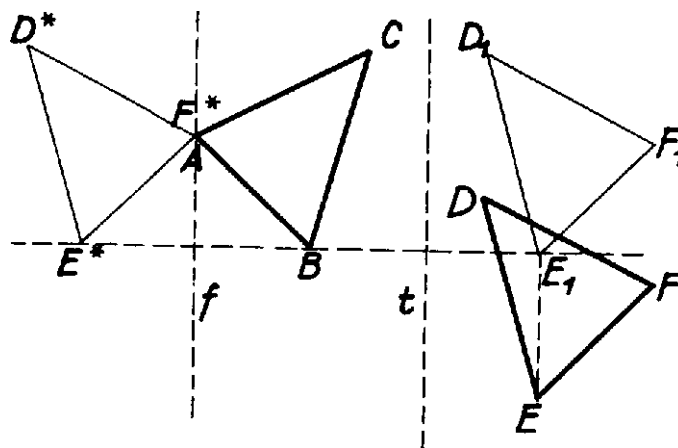
Így F_0 , mint az F -ből t -re bocsátott merőleges talppontja: $F_0(13; 9)$, és F' koordinátáit u -val, ill. v -vel jelölve

$$\frac{u + 22}{2} = 13, \quad u = 4, \quad \frac{v + 21}{2} = 9, \quad v = -3; \quad F'(4; -3).$$

A tükrözést követő eltolás nagysága $F'A = 5$ egység, iránya párhuzamos t -vel, és az eltolás során a pontok abszcisszája csökken. Mondhatjuk így is: az eltolás X -menti összetevője -4 egység, Y -menti összetevője $+3$ egység. Valóban, E -nek, D -nek t -re való tükörképe hasonlóan $E'(19; -3)$ ill. $D'(4; 2)$, és ezekből a fenti eltolással B -be, ill. C -be jutunk.

Ha ABC -t tükrözzük és a tükörképet toljuk át FED -be, akkor a tengely és az eltolás nagysága ugyanaz, iránya ellentétes az előbbivel, az eltolás során a pontok abszcisszái növekednek.

Kajcsos Zsolt (Szombathely, Nagy Lajos g. IV. o. t.)



2. ábra

II. megoldás. Toljuk el a két egybevágó háromszög egyikét, pl. FED -t úgy, hogy egyik csúcsa, pl. F essék egybe az ABC háromszög megfelelő csúcsával, A -val. Az eltolt háromszög csúcsait jelöljük $F^* = A$, E^* , D^* -gal (2. ábra). Az ABC háromszöget a megfelelő oldalpárok szögének a felező egyenesére, pl. $BAE^* \triangleleft f$ felezőjére tükrözve $F^*E^*D^*$ -ba megy át (és csak ezzel a tükrözéssel). Most toljuk el $F^*E^*D^*$ -ot f -re merőleges irányban úgy, hogy E^* az E csúcs BE^* egyenesen levő E_1 merőleges vetületébe kerüljön, D^* , F^* új helyzete legyen D_1 , F_1 . Ekkor egyrészt $F_1E_1D_1$ háromszög az ABC háromszög tükörképe a BE_1 szakasz f -fel párhuzamos t felező merőlegesére, másrészt $F_1E_1D_1$ -et úgy tolva el, hogy E_1 E -be jusson, a háromszög FED -be megy át, hiszen a két háromszög megfelelő oldalai párhuzamosak és egyenlők. Ez az eltolás merőleges E_1B -re, tehát párhuzamos t -vel. Így a feladat követelményeinek megfelelő tükrözést és eltolást találtunk.

A feladat adatai mellett E^* és D^* az abszcisszák 22-vel és az ordináták 21-gyel való csökkentésével kaphatók: $E^*(4,2; -14,4)$, $D^*(-4,8; -1,4)$. A $BAE^* \triangleleft$ felezője az A -t a BE^* szakasz $A_1(9,6; -7,2)$ felezőpontjával összekötő egyenes, mert a $BAE^* \triangleleft$ egyenlő szárú; iránytangense $-7,2/9,6 = -3/4$. Mostmár az E_1 pont a B -n átmenő $-1/(-3/4) = 4/3$ iránytangensű, és az E -n átmenő $-3/4$ iránytangensű egyenes, a $4x - 3y = 60$ és $3x + 4y = 105$ egyenesek metszéspontja: $E_1(-22,2; 9,6)$, tehát az eltolás X , ill. Y tengely irányú összetevője -4 és 3 . A tükrözés tengelye a BE_1 szakasz $(18,6; 4,8)$ felezőpontján átmenő, $-3/4$ iránytangensű egyenes, egyenlete: $3x + 4y - 75 = 0$.

Balla Katalin (Budapest, Radnóti M. gyak. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. A megoldás első része csak annyit használt fel, hogy a két háromszög egybevágó és ellenkező körüljárású. Így általában beláttuk, hogy két ilyen háromszög egyike mindig átvihető a másikba egy tükrözéssel és a tükörtengellyel párhuzamos eltolással.