$4^x = y$ helyettesítéssel a nevezők y polinomjai és minden $y > 0$ értékre értelmezve vannak. Az $y^2 - 7y + 12$ második nevező 0-helyei, $y_1 = 3$ és $y_2 = 4$, az értelmezési tartományban vannak, a második nevező szorzat alakban $(y-3)(y-4)$.

A közös nevezőre hozás céljára megvizsgáljuk, osztója-e az $N = y^3 - 13y^2 + 51y - 60$ első nevezőnek $y - 3$ és $y - 4$. Ez akkor és csak akkor áll fenn, ha N értéke $y = 3$, ill. $y = 4$ esetén 0. Mármost $y = 3$ esetén $N = 3$, így N nem osztható $y - 3$-mal, $y = 4$ esetén viszont $N = 0$, így N-ből kiemelhető az $y - 4$ tényező. Valóban

$$N = (y^3 - 4y^2) - (9y^2 - 36y) + (15y - 60) = (y - 4)(y^2 - 9y + 15),$$

így a helyettesítés után (1) bal oldalának közös nevezője

$$(y - 3)(y - 4)(y^2 - 9y + 15).$$

(1) nincs értelmezve, ha valamelyik nevező 0, vagyis a következő esetekben:

$$y = 4^x = 3, \qquad 4, \qquad 4{,}5 \pm \sqrt{5{,}25};$$

az utolsó két érték is pozitív, beletartozik a nevezők értelmezési tartományába, ezért további vizsgálatunkból mind a négy értéket kizárjuk. Ezek szerint (1) így alakul:

(2)
$$\frac{1}{y^3 - 13y^2 + 51y - 60} + \frac{1}{y^2 - 7y + 12} = \frac{1}{(y-4)(y^2 - 9y + 15)} + \frac{1}{(y-3)(y-4)} = \frac{(y-3) + (y^2 - 9y + 15)}{(y-3)(y-4)(y^2 - 9y + 15)} = \frac{y^2 - 8y + 12}{(y-3)(y-4)(y^2 - 9y + 15)} = 0.$$

A számláló 0 az $y_1 = 2$ és $y_2 = 6$ helyeken, ezeken a helyeken (2) értelmezve van, tehát ezek az átalakított egyenlet gyökei. Az eredeti egyenlet gyökei pedig

$$4^x = 2\text{-ből} \qquad x_1 = {}^4\log 2 = 0{,}5,$$
$$4^x = 6\text{-ból} \qquad x_2 = {}^4\log 6 = \frac{\lg 6}{\lg 4} \approx \frac{0{,}7782}{0{,}6021} \approx 1{,}292.$$

Etényi Géza (Aszód, Petőfi S. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Számos dolgozat a két nevező szorzatát vette közös nevezőnek, így az összevonás után a számláló $(y-4)(y^2 - 8y + 12)$ lett. Az $y = 4$ gyököt azonban nem zárták ki.